GIOVANNI LIVERI

TUTTA LA FISICA DI GIOVANNI LIVERI

8 libri in 1

Tutta la Fisica di Giovanni Liveri

8 libri in 1

Giovanni Liveri

Tutta la Fisica di Giovanni Liveri – 8 libri in 1.

I edizione digitale © 2016

E mail: giovanniliveri@libero.it

Sommario

LIBRO 1

FISICA QUANTISTICA

Esposizione divulgativa


FISICA
QUANTISTICA
Esposizione
divulgativa
Giovanni Liveri

Introduzione

Che cos'è la fisica quantistica? Domanda da un milione di dollari! E risposta da qualche centesimo. La fisica quantistica è una parte della "fisica moderna", ovvero di quella fisica che si fonda sulle leggi scoperte all'incirca dopo il 1900. Le leggi e i principi che, invece, furono sviluppati prima del 1900, sono considerati appartenere alla cosiddetta "fisica classica". La fisica classica , per intenderci, è la fisica degli oggetti con cui condividiamo la nostra quotidianità: palloni da calcio, stufe, magneti, fili elettrici, cubetti di ghiaccio. Insomma, avete capito. Le leggi classiche del moto governano il movimento di qualsiasi cosa sia abbastanza grande da poter essere vista ad occhio nudo. Così, la termodinamica classica spiega la fisica del come riscaldare e raffreddare gli oggetti, e quindi il funzionamento dei motori e dei refrigeratori, ad esempio. Ulteriormente, l'elettromagnetismo classico spiega il comportamento delle lampadine a incandescenza, delle radio e dei magneti. Semplice, vero? Anche perché i risultati di ciò che studiamo con la fisica classica sono esattamente identici a ciò che la nostra esperienza ci ha insegnato e continua a insegnarci ogni giorno della nostra vita. La fisica moderna, descrive invece lo strano mondo che osserviamo quando riusciamo ad andare oltre il quotidiano. Tale mondo venne per la prima volta rivelato all'interno di alcuni esperimenti condotti fra la fine del 1800 e gli inizi del 1900, i quali non potevano essere spiegati con le leggi della fisica classica. Per cui, nacque immediatamente il bisogno di sviluppare nuovi campi, con differenti leggi rispetto a quelle già note. La fisica moderna si divide in due parti, ciascuna delle quali rappresenta una svolta radicale rispetto alle leggi classiche. La prima parte, la relatività, tratta gli oggetti che si muovono molto velocemente, oppure che si trovano in presenza di intense forze gravitazionali. Albert Einstein introdusse la relatività nel 1905, e si tratta davvero di un argomento estremamente affascinante che non avrò purtroppo il tempo di discutere all’interno di questo libro. Troverete altri miei libri intenti a farlo! L’altra parte della fisica moderna è l’oggetto del nostro dibattere. Fisica quantistica oppure meccanica quantistica, è il nome dato a quella parte di fisica moderna che studia la luce e un insieme di oggetti decisamente minuscoli: le molecole, i singoli atomi, le particelle subatomiche, ad esempio. Max Planck coniò per primo la parola “quanto” nel 1900, e

Einstein vinse il premio Nobel per aver proposto la prima teoria quantistica per la luce: la sua teoria quantistica sull’effetto fotoelettrico, più che l’invenzione della relatività, fu la ragione ufficiale del Nobel assegnato ad Einstein. L’intera teoria della meccanica quantistica venne sviluppata durante i successivi trent’anni circa. E gli artefici di tale teoria, dai pionieri Planck e Niels Bohr, il quale fornì il primo modello quantistico dell’atomo di idrogeno, fino ai più recenti visionari Richard Feynman e Julian Schwinger, i quali, indipendentemente l’uno dall’altro, lavorarono a ciò che oggi chiamiamo “elettrodinamica quantistica(QED)”, sono considerati, in maniera estremamente ragionevole, dei veri e propri titani della fisica. Alcuni elementi della teoria dei quanti sono persino riusciti a sfuggire al regno della fisica e a catturare l’immaginazione popolare. Stiamo parlando del celebre principio di indeterminazione di Heisenberg, del paradosso del gatto di Erwin Schr□dinger, degli univers paralleli dell’interpretazione dei tanti mondi di Hugh Everett. La vita moderna sarebbe impossibile senza la meccanica quantistica. Ad esempio, senza la conoscenza della natura quantistica dell'elettrone, sarebbe impossibile costruire i chip al semiconduttore che oggigiorno fanno funzionare i nostri computer. Senza la conoscenza della natura quantistica della luce e degli atomi, sarebbe impossibile costruire i laser che oggi utilizziamo per inviare messaggi lungo le linee di comunicazione a fibra ottica. Tuttavia, l'effetto della teoria quantistica sulla scienza va oltre la semplice pratica. Essa, infatti, costringe l'intera comunità di fisici a essere costantemente alle prese con dibattiti di natura filosofica. La fisica quantistica pone dei limiti a ciò che possiamo conoscere riguardo all''universo e alle proprietà degli oggetti che si trovano all'interno di esso. Modifica anche la nostra comprensione riguardo a ciò che vuol dire fare una misurazione. Essa richiede, letteralmente, un ripensamento riguardo alla natura della realtà ai suoi livelli più fondamentali. La meccanica quantistica descrive un mondo assolutamente bizzarro, dove nulla è certo e gli oggetti non possiedono proprietà ben definite fintanto che le si sia misurate. È un mondo in cui oggetti distanti fra loro sono collegati in strani modi, dove esistono interi universi con storie differenti, giusto accanto al nostro, e dove "particelle virtuali" appaiono e scompaiono in uno spazio altrimenti vuoto. La fisica quantistica potrebbe sembrare qualcosa di immaginario, fantastico, ma in realtà si tratta di scienza. Il mondo descritto dalla teoria quantistica è il nostro mondo, però su una scala microscopica, che per i fisici comprende tutto ciò che è troppo piccolo per poter essere osservato ad occhio nudo. La meccanica quantistica è sempre risultata essere problematica e confusionaria agli occhi di noi poveri mortali, dal momento che distorce le nostre aspettative da senso comune riguardo a come funziona il mondo. L'unico modo per venirne a capo, è ammettere che il mondo che ogni giorno viviamo è strano e meraviglioso al tempo stesso e che, in fondo, le previsioni della teoria quantistica non sono più strane o più meravigliose di uno splendido tramonto osservato in riva al mare!

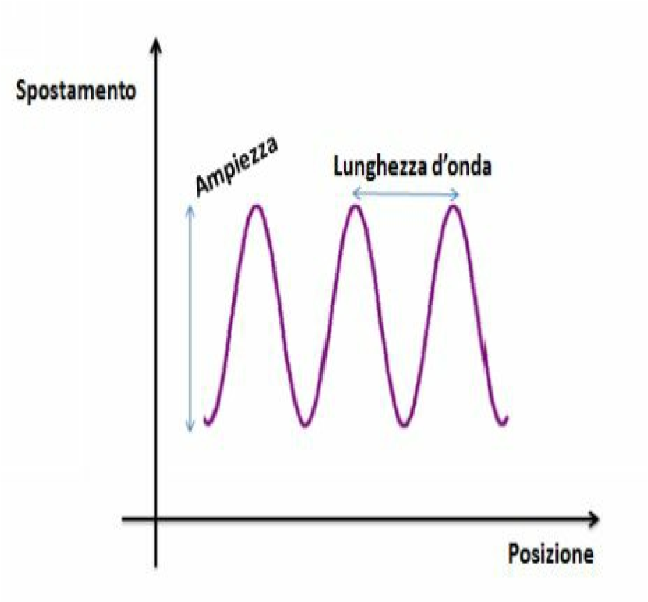
L’una o l’altra? Entrambe le cose. Dualismo onda-particella

La fisica quantistica possiede molti aspetti strani e affascinanti al contempo, ma la scoperta che lanciò la teoria fu, senza dubbio, il dualismo onda-particella, ovvero il fatto che entrambe, luce e materia, possiedano allo stesso tempo proprietà particellari e ondulatorie. Un raggio di luce, il quale generalmente viene pensato come un'onda, in alcuni esperimenti finisce per comportarsi alla stessa stregua di un flusso di particelle. Allo stesso modo, un fascio di elettroni, il quale viene generalmente associato a un flusso di particelle, in alcuni esperimenti finisce per comportarsi alla stessa stregua di un’onda. Proprietà ondulatorie e particellari sembrano essere in contraddizione, l’una rispetto all’altra, eppure ogni cosa nell’universo riesce ad essere sia un’onda che una particella. La scoperta, nei primi anni del 900’, del comportamento della luce come una particella, rappresenta il trampolino di lancio per l’intera meccanica quantistica. Nel prosieguo delle pagine descriveremo la vera storia del come i fisici giunsero a scoprire tale strano dualismo. Tuttavia, per apprezzare a pieno la stranezza di tale raggiungimento, è necessario, per prima cosa, parlare delle onde e delle particelle che ci capita di incontrare nella vita di tutti i giorni. Perché è da lì che tutto quanto dovrebbe aver inizio. O forse no?

Le particelle e le onde che ci circondano: la fisica classica!

A ognuno di noi è familiare il comportamento delle particelle materiali. Infatti, praticamente quasi tutti gli oggetti che ci circondano si comportano come particelle, nel senso classico, con il proprio moto definito dalle leggi della fisica classica. È vero, essi possiedono forme differenti, ma alla fin fine è possibile prevedere l'essenza del loro moto immaginandoli come delle semplici palline, senza particolari caratteristiche, dotate di una certa massa – vale a dire la definizione di particella - e applicando loro le leggi del moto di Newton. Conoscerete tutti quanti Sir Isaac Newton, vero? È il famoso tizio legato alla celebre storiella della mela che cade dall'albero, il quale diede i natali alle altrettanto famose tre leggi del moto che governano il comportamento degli oggetti in movimento. Ma torniamo a noi. Una pallina da tennis e un lungo osso della gamba, che capitombolano giù da un alto palazzo, appaiono molto differenti nei loro rispettivi voli, ma se gettati lungo la stessa direzione e con la medesima rapidità, essi atterreranno esattamente nello stesso punto, ed è possibile prevedere quest'ultimo utilizzando la fisica classica. Un oggetto che si comporti da particella possiede una posizione ben definita(ovvero sappiamo con precisione dove si trovi), una ben precisa velocità(ovvero sappiamo quanto rapidamente si stia muovendo e in che direzione) e, infine, una ben precisa massa(in soldoni, sappiamo quanto è grande). È possibile moltiplicare fra loro la massa e la velocità per ottenere il <u>momento</u>. Giusto per intenderci, un grosso Labrador possiede un momento molto maggiore rispetto a un minuscolo chiwawa che si stia muovendo alla medesima velocità, mentre un rapidissimo pastore tedesco ha molto più momento di un paffuto bassotto che abbia esattamente la stessa massa. Il momento determina cosa accadrà quando due particelle collidono fra loro. Quando un oggetto in movimento colpisce uno stazionario, il primo rallenterà, perdendo parte del proprio momento, mentre il secondo verrà accelerato, guadagnando momento. L’altra caratteristica, da sottolineare, delle particelle è un qualcosa che sembra quasi fin troppo ovvio da menzionare: le particelle possono essere contate. Infatti, quando abbiamo un insieme di oggetti, è sempre possibile osservarlo e stabilire esattamente quanti sono: un giocattolo, due ossa, tre scoiattoli sotto ad un albero. Le onde, d’altro canto, sono molto più evasive. Un’onda non è altro che un disturbo in movimento all’interno di un qualcosa, come ad esempio i profili di creste e code che si formano a seguito di un tonfo dentro l’acqua placida di uno stagno. Le onde, per loro natura, si estendono in una qualche regione di spazio, formando un profilo che cambia e si muove nel tempo. Nella realtà dei fatti, nessun oggetto fisico si muove da alcuna parte

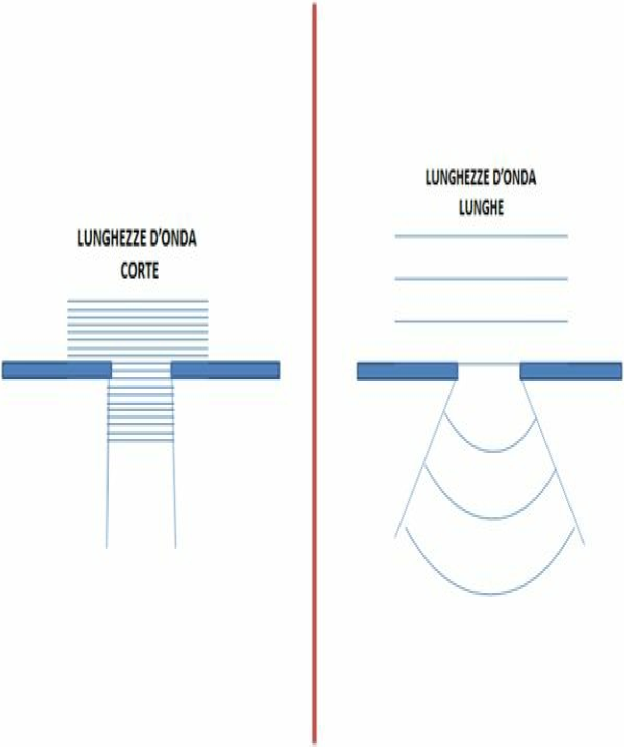
- infatti l'acqua rimane all'interno dello stagno - , ma il profilo del disturbo cambia e noi lo percepiamo come se fosse il moto di un'onda. Se si vuole comprendere veramente cosa sia un'onda, esistono due modi di guardarla che ci fornirebbero immediatamente informazioni utili. Il primo è quello di immaginare di star catturando un'istantanea di un'intera onda e di osservare il profilo del disturbo, così ottenuto, nello spazio. Per una singola, semplice onda potremo osservare un profilo di picchi e valli. Qualcosa del genere, per intenderci:



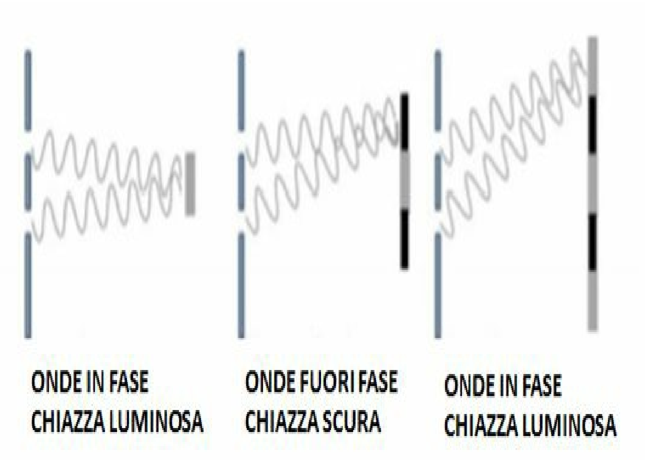
Muovendosi lungo il profilo, osserveremo il mezzo muoversi su e giù di un ammontare definito “ampiezza” dell’onda. Misurando la distanza fra due creste vicine dell’onda(oppure due code), avremo determinato la cosiddetta “lunghezza d’onda”, che è uno dei numeri utilizzati per descrivere un’onda. L’altra cosa che si può fare è concentrarsi soltanto su una piccola porzione del profilo d’onda e fissarla intensamente, per lungo tempo. È un po’ come se stessimo guardando una paperella sobbalzare, su e giù, dentro un laghetto. Guardando accuratamente, noteremo come il disturbo diventa più grande e in seguito più piccolo, in una maniera molto regolare – per intenderci, la paperella talvolta va su e qualche altra volta va giù. E tutto ciò costruisce un profilo nel tempo molto simile a quello nello spazio visto in precedenza. È possibile misurare quanto spesso l'onda si ripeta, esattamente uguale a se stessa, in una data frazione di tempo – ovvero quante volte la paperella raggiunge, ad esempio, la sua altezza massima, diciamo in un minuto -, e ciò fornisce la "frequenza" dell'onda, la quale è un altro numero critico utilizzato per descrivere un'onda. Ebbene, lunghezza d'onda e frequenza sono legate l'una all'altra: lunghezze d'onda maggiori significano minori frequenze, e viceversa. Quindi, a questo punto, è già possibile vedere in che modo le onde differiscano dalle particelle. Le onde non possiedono una posizione. La lunghezza d'onda e la frequenza ne descrivono il profilo nella sua interezza, tuttavia non esiste un singolo posto verso cui si possa puntare e che possa essere identificato come la posizione dell'onda. Un'onda, per sua intima natura, è un disturbo diffuso nello spazio e non un qualcosa di fisico con una sua ben definita posizione e velocità. È vero, è possibile assegnare una velocità al profilo d’onda valutando quanto impieghi una singola cresta d’onda a muoversi da una posizione ad un’altra. Ma, ancora una volta, si tratta di una proprietà del profilo nella sua interezza. In aggiunta a ciò, non è possibile contare le onde, allo stesso modo in cui è invece possibile fare per le particelle. È vero, possiamo affermare quante creste o quante code ci siano in una particolare area, ma queste farebbero tutte quante parte soltanto di un singolo profilo d’onda. Le onde sono continue mentre le particelle sono discrete. Infatti, mentre è possibile dire che abbiamo una, due oppure tre particelle, la stessa cosa non vale per le onde. Le onde le abbiamo oppure no. Punto. Non esistono altre alternative. Le onde possono avere un’ampiezza più o meno grande ma non possiamo ritrovarcele a pezzi, come invece accade per le particelle. Inoltre, le onde non si sommano fra loro allo stesso modo delle particelle. A volte, sommando due onde assieme, finiremo per avere un’onda risultante più grande. Tuttavia, altre volte, potremmo incappare in nessuna onda risultante. Immaginiamo di avere due sorgenti differenti di onde: ad esempio due sassi gettati nell’acqua limpida e placida di uno stagno, nello stesso istante. Il risultato che otterremo sommando le due onde, dipenderà da come le due stesse onde si saranno allineate. Infatti, sommando le due onde in modo che le creste di una si sovrappongano a quelle dell’altra(tali due onde sono dette essere “in fase”) otterremo un’onda risultante più grande di ciascuna delle due di partenza. D’altro canto, sommando due onde in modo che le creste di una corrispondano esattamente alle code dell’altra e viceversa(ovvero onde “fuori fase”), il risultato sarà che le due onde si cancelleranno vicendevolmente e alla fine non ne rimarrà alcuna. Tale fenomeno viene definito interferenza e si tratta, probabilmente, della più profonda differenza fra onde e particelle.

Le onde nella vita di tutti i giorni: luce e suono.

Nella vita di tutti i giorni abbiamo a che fare con due tipi molto comuni di onde: la luce e il suono. Nonostante siano entrambi ottimi esempi di fenomeni ondulatori, essi si comportano in maniera estremamente differente. Le onde sonore sono onde di pressione nell’aria che tutto circonda. Quando un cane abbaia, ad esempio, esso costringe l’aria a venire fuori dalla sua bocca dando vita ad una vibrazione che viaggia attraverso l’etere in tutte le direzioni. Quando raggiunge un secondo cane, l’onda sonora causa delle vibrazioni all’interno del timpano di quest’ultimo, le quali vengono trasformate in segnali, all’interno del cervello, che vengono processati come suono. Ciò, ovviamente, porterà al fatto che anche il secondo cane si mette ad abbaiare, producendo ulteriori onde, e il tutto andrà avanti finchè sussista la sopportazione umana, ovviamente! La luce, invece, è un tipo differente di onda. Si tratta di un campo elettrico e magnetico oscillante che viaggia attraverso lo spazio, persino nei vuoti di quello più profondo e lontano, il che giustifica il fatto che riusciamo a scorgere persino le stelle e le galassie più distanti. Quando le onde luminose colpiscono il fondo dei nostri occhi, esse vengono trasformate in segnali all'interno del cervello i quali vengono processati al fine di formare un’immagine del mondo che ci circonda. La differenza più lampante fra luce e suono nella vita di tutti i giorni, ha a che fare con ciò che accade quando esse incontrano un ostacolo. Le onde luminose viaggiano soltanto in linea retta, mentre quelle sonore sembra siano in grado di aggirare gli ostacoli. Questa è la ragione per cui mio figlio, pur trovandosi in salotto, è in grado di sentire una pallina che rimbalza sul pavimento della cucina, anche se, in realtà, non riesce a scorgere alcunchè. L’evidente curvatura delle onde sonore attorno agli angoli è un tipico esempio d i diffrazione, la quale è un comportamento tipico delle onde nell'incontrare un ostacolo. Quando un'onda raggiunge una barriera dotata di un'apertura al suo interno(ad esempio potrebbe essere il caso di un muro contenente una porta aperta che dalla nostra cucina dà sul salotto), le onde passano attraverso l'apertura non soltanto proseguendo lungo la direzione rettilinea, ma aprendosi letteralmente a ventaglio lungo una varietà di direzioni differenti. Quanto velocemente si diffondano, dipende dalla lunghezza d'onda dell'onda e dalle dimensioni dell'apertura attraverso cui viaggiano. Se l'apertura è di gran lunga più grande della lunghezza d'onda, si avrà una curvatura molto lieve, mentre se l'apertura è comparabile alla lunghezza d'onda, le onde si apriranno a ventaglio lungo l'intero intervallo disponibile. Similmente, qualora le onde sonore incontrassero un ostacolo, come una sedia o un albero ad esempio, esse diffrangerebbero attorno ad esso, ammesso che l'oggetto in questione non sia troppo grande rispetto alla lunghezza d’onda.


LUNGHEZZE D'ONDA
CORTE
LUNGHEZZE D'ONDA
LUNGHE

Questo è il semplice motivo per cui è necessaria una parete di una certa dimensione per attutire il suono di un cane che stia abbaiando. Le onde sonore, infatti, sono in grado di aggirare i piccoli ostacoli e di raggiungere le persone oppure ogni altro essere udente che si trovi dietro a quest'ultimi. Esse, nell'aria, hanno una lunghezza d'onda di un metro all'incirca, molto vicina alle dimensioni di un tipico ostacolo: porte, finestre, parti di mobilio. Di conseguenza, le onde diffrangono, e lo fanno in maniera consistente, e ciò è il motivo per cui riusciamo a sentire i suoni, persino ad angoli molto stretti. Le onde luminose, d’altro canto, possiedono una lunghezza d’onda molto corta, meno di un millesimo di millimetro. Giusto per intenderci, se prendessimo la lunghezza d’onda della luce visibile e la moltiplicassimo per cento, otterremmo una dimensione simile allo spessore di un capello! Quando le onde luminose incontrano un ostacolo della vita di tutti i giorni, esse difficilmente riusciranno a diffrangere, perciò gli oggetti solidi getteranno delle ombre scure lungo il loro tragitto. A dire il vero, una minuscola diffrazione si verifica giusto ai bordi dell'oggetto, e questo è il motivo per il quale i confini delle ombre risultano sempre essere indistinti, sfocati. Tuttavia, per la maggior parte, la luce viaggia lunga una linea retta, senza alcun fenomeno di diffrazione visibile. A questo punto bisogna porsi una domanda: se non è possibile osservare la diffrazione della luce, come accade per qualsiasi altra onda, in che modo sappiamo che in realtà si tratta di un'onda? La risposta è semplice e immediata. Non vediamo la diffrazione attorno agli oggetti della vita di tutti i giorni perché essi sono troppo grandi, se paragonati alla lunghezza d'onda della luce. Qualora ci soffermassimo su ostacoli sufficientemente piccoli, allora sì che riusciremmo ad assistere, senza alcuna ombra di dubbio, all'evidenza del suo comportamento ondulatorio. Nel 1799, un fisico inglese di nome Thomas Young condusse l'esperimento definitivo per dimostrare la natura ondulatoria della luce. Young prese un fascio di luce e inserì nell'apparato sperimentale un cartoncino con due strette fessure ricavate sulla sua superficie. Quando osservò il risultato di luce, dal lato opposto del cartoncino, distante da esso, non vide la proiezione dell'immagine delle due fenditure, ma piuttosto un esteso disegno di chiazze chiare e scure che si alternavano fra loro. Il famoso esperimento della doppia fenditura di Young è una chiara dimostrazione dell'interferenza e diffrazione delle onde luminose. La luce che passa attraverso ciascuna delle due fenditure diffrange lungo un intervallo di differenti direzioni, e le onde provenienti dalle due fenditure si sovrappongono. In ogni dato punto, le onde provenienti dalle due fenditure hanno percorso distanze differenti e sono passate attraverso differenti numeri di oscillazioni. Nei punti luminosi dello schermo finale di rilevazione, le due onde si saranno trovate in fase fra loro e quindi si saranno sommate vicendevolmente avendo dato come risultato una luce più luminosa di quella proveniente da ciascuna delle due fenditure. Nei punti scuri, invece, le onde saranno state fuori fase, e si saranno cancellate, alla fine, vicendevolmente.



Prima dell’esperimento di Young, il dibattito riguardo alla natura della luce fu decisamente acceso e vivo, con alcuni fisici che sostenevano che la luce fosse un’onda, mentre altri(Newton incluso) che difendevano l’immagine della luce come un flusso di minuscole particelle. Interferenza e diffrazione sono fenomeni che si verificano soltanto in presenza di onde, per cui, dopo l’esperimento di Young(e successivi esperimenti condotti dal fisico francese Augustin Fresnel), tutti quanti si convinsero che la luce fosse, in realtà, un’onda. Le cose rimasero in questa maniera per circa un secolo, e la verità riguardo alla reale natura della luce sembrò ormai essere stata tracciata in maniera definitiva.

La nascita del quanto: la luce come particella.

Il primo suggerimento di problemi legati al modello ondulatorio della luce venne da un fisico tedesco di nome Max Planck, nel 1900. Planck stava studiando la radiazione termica emessa dagli oggetti. L’emissione di luce da parte di oggetti roventi è un fenomeno molto comune(un ottimo esempio è rappresentato dalla lucentezza rossastra di un pezzo di metallo decisamente "hot"), e chiaramente qualcosa di così comune sembra sempre debba essere spiegato in maniera estremamente semplice. Tuttavia, a partire dal 1900, il problema di spiegare quanta luce di differenti colori venisse emessa(il cosiddetto "spettro" della luce) frustrò notevolmente i migliori fisici del diciannovesimo secolo. Planck sapeva che lo spettro aveva una forma molto particolare, con un sacco di luce emessa alle basse frequenze e molto poca alle alte, e che il picco dello spettro – ovvero la frequenza in corrispondenza della quale la luce emessa è la più luminosa – dipende soltanto dalla temperatura dell'oggetto. Aveva anche scoperto una formula per descrivere la caratteristica forma dello spettro, ma si trovò in estrema difficoltà quando dovette cercare di fornire una spiegazione teorica per tale formula. Ogni metodo che provò, alla fine prediceva molta più luce alle alte frequenze rispetto a quella osservata.

Nella disperazione più totale, egli ricorse a un trucchetto matematico per ottenere la risposta corretta. Il trucchetto di Planck fu quello di immaginare che tutti gli oggetti contenessero degli "oscillatori" che emettessero luce soltanto in corrispondenza di certe frequenze. In seguito egli affermò che l'ammontare di energia, E, associato ad ogni oscillatore, fosse legato alla frequenza dell'oscillazione, f, tramite la semplice seguente formula:

$$E = hf$$

dove h è una costante. Quando Planck fece questa bizzarra assunzione, la sua idea iniziale era basata sul fatto che l'avrebbe utilizzata soltanto per impostare il problema e che in un secondo tempo avrebbe utilizzato una comune tecnica matematica per sbarazzarsi, in un sol colpo, di tali oscillatori immaginari e della costante h, considerata essere un inutile extra. Tuttavia, con sua immensa sorpresa, egli trovò che i suoi risultati avrebbero avuto un senso soltanto nel caso in cui avesse mantenuto in vita i suoi tanto scomodi oscillatori(ovvero se la costante h avesse avuto un valore estremamente piccolo ma non pari a zero). Oggi h è nota col nome di costante di Planck, in onore del celebre fisico, ovviamente, e il suo valore è pari a 6,626x10^{-34} kgm^2/s(ovvero 0,0000000000000000000000000000000 kgm^2/s). Si tratta di un valore molto ma molto piccolo, ma in definitiva non pari a zero. Planck trattò la luce, la quale era considerata essere un'onda continua dall'intera comunità di fisici, come un insieme di pacchetti discreti, molto simili a particelle. Gli “oscillatori” di Planck potevano emettere luce soltanto in unità discrete di luminosità. Tutto ciò è un po’ simile a immaginare un laghetto in cui le onde possano essere alte soltanto 1,2 oppure 3 centimetri, ad esempio, ma non 1 e mezzo oppure 2 e un quarto. Le onde del nostro quotidiano non funzionano in questa maniera, tuttavia questo è quanto richiede il modello matematico di Planck. Tali “oscillatori” sono anche ciò che introdusse il “quanto” nella “fisica quantistica”. Planck si riferiva agli specifici livelli di energia dei suoi oscillatori come “quanta”(che è il plurale di “quantum”, parola latina che significa appunto “quanto”). Perciò, un oscillatore a una data frequenza poteva contenere soltanto un quanto(ovvero un’unità di energia, hf), oppure due quanti, tre quanti, e così via, ma mai uno e mezzo oppure due e tre quarti. Il nome per i singoli piccoli passi mossi da Planck resistette nel tempo e, alla fine, venne anche applicato all’intera teoria che crebbe sulle spalle di quel disperato trucchetto introdotto dal fisico tedesco.

Sebbene gli venga spesso accreditata l’invenzione dell’idea dei quanti di luce, Planck non credette mai realmente che la luce potesse trascinarsi in quanti discreti, anzi, vi dirò di più, egli sperò sempre, fino alla fine, che qualcuno avrebbe trovato un modo intelligente per derivare la sua formula senza dover ricorrere a trucchetti da strapazzo! La prima persona a parlare seriamente di luce come una particella quantistica fu Albert Einstein, nel 1905, il quale utilizzò tale concetto per spiegare l’**effetto fotoelettrico**. L’effetto fotoelettrico è uno di quei fenomeni fisici che sembra debba risultare semplice da descrivere: quando si illumina un pezzo di metallo con della luce, vengon fuori degli elettroni. Giusto per intenderci, tale effetto è alla base del funzionamento di semplici sensori di luce e di rilevatori di movimento: la luce che incide sulla superficie di un sensore, sbatte fuori dal metallo gli elettroni, che alla fine fluiranno all’interno di un circuito. Quando cambia la quantità di luce che colpisce il sensore, il circuito reagisce in una certa maniera, come ad esempio accendere delle luci quando tutto intorno è diventato buio oppure aprire delle porte quando un cagnolino passi di fronte a un sensore. L'effetto fotoelettrico sembrava dovesse essere prontamente spiegato pensando alla luce come un'onda in grado di scuotere gli atomi avanti e indietro finchè gli elettroni non fossero venuti fuori. Sfortunatamente, tale modello ondulatorio risultò essere totalmente errato. Esso infatti prediceva che l'energia degli elettroni che abbandonavano gli atomi dovesse dipendere dall'intensità della luce: quindi più intensa era la luce, più forte sarebbe stato lo scuotimento, e più velocemente avrebbero dovuto muoversi i singoli pezzetti che volavano via. Durante gli esperimenti, tuttavia, l'energia degli elettroni non dipendeva affatto dall'intensità della luce incidente. Tutt'altro. L'energia dipendeva dalla frequenza, che il modello ondulatorio affermava non dovesse c'entrare alcunchè. Alle basse frequenze non si otterrà mai alcun elettrone, indipendentemente da quanto vigorosamente si scuota; alle alte frequenze, invece, persino uno scuotimento fievole riesce a produrre elettroni, fra l'altro con una buona quantità di energia. Einstein spiegò l'effetto fotoelettrico applicando la formula di Planck alla stessa luce. Egli descrisse un fascio di luce come un flusso di piccole particelle, ciascuna con un'energia pari alla costante di Planck moltiplicata per la frequenza dell'onda di luce(esattamente la stessa legge utilizzata per gli "oscillatori" di

Planck). Ciascun <u>fotone</u> (il nome oggi dato a tali particelle di luce) possiede una quantità fissa di energia che possa fornire, ammontare che dipende dalla frequenza. Ed un minimo ammontare di energia è richiesto per far espellere un elettrone e renderlo libero. Qualora l'energia fornita da un singolo fotone fosse maggiore rispetto a tale minimo richiesto, l'elettrone verrebbe espulso e porterebbe con sé il resto dell'energia del fotone. Maggiore sarà la frequenza, maggiore sarà l'energia del singolo fotone e quindi più energia avranno gli elettroni al momento del loro rilascio. Questo è esattamente ciò che mostravano gli esperimenti. Se l'energia del singolo fotone è minore della minima richiesta per liberare un elettrone, non accadrà un bel niente, giustificando l'assenza di elettroni alle basse frequenze. C'è da sottolineare che, descrivere la luce alla stessa stregua di una particella, nel 1905, fu un'idea estremamente controversa e dibattuta, dal momento che capovolse centinaia di anni di valori e meriti fisici e richiese una visione della luce molto ma molto differente. Piuttosto che un'onda continua, come l'acqua versata nella ciotola di un gattino, ad esempio, la luce deve essere pensata come un flusso di particelle discrete, come un sacchetto di fragranti crocchette versate sempre nella stessa ciotola. Inoltre, ciascuna di tali particelle possiede una frequenza associata ad essa e, in qualche strana maniera, si sommano fra loro dando vita ad un profilo di interferenza, proprio come fa un'onda. Molti fisici, nel 1905, trovarono tale idea estremamente problematica, e ci volle non poco perché il modello di Einstein venisse alla fine accettato. Il fisico americano Robert Millikan odiava letteralmente l'idea di Einstein, e condusse una serie di esperimenti sull'effetto fotoelettrico estremamente precisi, nel 1916, nella speranza di provare che Einstein avesse torto. Di fatto, però, tutti i risultati da lui ottenuti confermarono le predizioni di Einstein, ma anche ciò non fu abbastanza per rendere ben accetta l'idea del fotone. Una vasta accettazione dell'idea del fotone arrivò soltanto nel 1923, anno in cui Arthur Holly Compton condusse una serie di famosi esperimenti con i raggi X, che dimostrarono, senza alcuna ombra di dubbio, il comportamento particellare della luce. Egli , essenzialmente, mostrò come i fotoni recassero un momento, e come tale momento venisse trasferito alle altre particelle durante le collisioni. Qualora si prendesse la formula di Planck per l’energia di un singolo fotone e la si combinasse con le equazioni della relatività speciale di Einstein, si troverebbe che un singolo fotone di luce deve trasportare un piccolo ammontare di momento, dato dalla formula:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

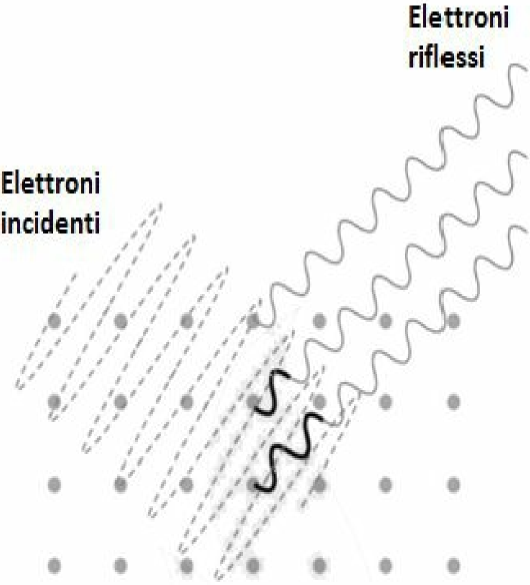
dove p è il simbolo utilizzato per indicare il momento e λ è la lunghezza d’onda della luce. Quindi, un fotone con una corta lunghezza d’onda possiede un enorme momento, mentre uno con una grande lunghezza d’onda ne possiede molto di meno. Ciò significa che l’interazione fra un fotone di luce e un oggetto stazionario dovrà apparire esattamente come una collisione fra due particelle: l’oggetto stazionario guadagna un po' di energia e momento, e il fotone in movimento perde una parte di energia e momento. Noi non riusciamo ad accorgerci di ciò perché il momento coinvolto è davvero minuscolo – la costante di Planck è un numero molto ma molto piccolo - tuttavia, osservando un oggetto con una massa molto piccola, come un elettrone ad esempio, e fotoni con lunghezza d'onda molto corta(e quindi con un momento relativamente elevato) è possibile rilevare un cambiamento nel momento. Nel 1923 Compton fece rimbalzare dei raggi X con una lunghezza d'onda iniziale pari a 0.0709 nanometri(1 nanometro è pari a 10^{-9}m , ovvero un miliardesimo di metro) all'interno di un target solido. Tali raggi X sono semplicemente luce con una lunghezza d'onda eccezionalmente corta, se comparata a quella di 500nm circa della luce visibile. Quando Compton osservò i raggi X essere deviati dall'obiettivo, egli trovò che essi possedevano lunghezze d'onda maggiori, il che indicava una perdita di momento da parte loro. Ad esempio, raggi X che rimbalzavano a 90° rispetto alla loro direzione originaria, possedevano una lunghezza d'onda di 0.0733nm. Tale perdita di momento è esattamente ciò che dovrebbe accadere se la luce fosse una particella. Quando un fotone raggio X arriva e colpisce un elettrone più o meno stazionario all'interno di un obiettivo, esso cede parte del suo momento all'elettrone, il quale inizia a muoversi. Dopo la collisione, il fotone possiede meno momento rispetto a prima, e quindi una lunghezza d'onda maggiore, esattamente come osservato da Compton. La quantità di momento persa, dipende anche dall'angolo con il quale il fotone rimbalza. Per intenderci, un fotone che sfiora soltanto un elettrone non perde molto momento, mentre uno che rimbalza quasi indietro ne perde davvero un sacco. Compton misurò la lunghezza d'onda in corrispondenza di molti differenti angoli, e i suoi risultati combaciavano perfettamente con quanto previsto teoricamente, confermando che tale variazione provenisse dalle collisioni con gli elettroni, e non da qualche altro effetto. Einstein, Millikan e Compton, tutti quanti, vinsero il premio Nobel per aver dimostrato la natura particellare della luce. Presi assieme, gli esperimenti sull'effetto fotoelettrico di Millikan e quelli di Compton sullo "scattering", furono abbastanza per indurre la maggioranza dei fisici ad accettare l'idea della luce come se fosse composta da un flusso di particelle. Tuttavia, se l'idea della luce come particella risultò essere totalmente strana, parimenti, se non ancor più bizzarro, fu tutto ciò che arrivò dopo di essa!

Elettroni che interferiscono: le particelle come onde.

Sempre nel 1923, un dottorando francese di nome Louis Victor Pierre Raymond de Broglie avanzò un'ipotesi radicale. Egli affermò che dovesse esistere una simmetria fra luce e materia, e che quindi una particella materiale, come un elettrone, dovesse possedere una lunghezza d'onda. Dopo tutto, se le onde luminose si comportavano come particelle, perché mai le particelle non avrebbero dovuto comportarsi come onde? De Broglie suggerì che, esattamente così come un fotone possiede un momento determinato dalla sua lunghezza d'onda, un oggetto materiale come un elettrone dovrebbe possedere una lunghezza d'onda determinata dal suo momento:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Che è esattamente la formula per determinare il momento di un fotone, vista in precedenza, soltanto riarrangiata per ottenere la lunghezza d'onda. Tale idea possiede una certa eleganza matematica, la quale risultò, già nel 1923, molto affascinante agli occhi dei fisici teorici, ma al contempo sembra un evidente nonsenso, dato che gli oggetti solidi non danno evidenza alcuna di comportarsi come delle onde. Quando de Broglie presentò la sua idea come parte della sua tesi di dottorato, nessuno sapeva cosa farsene di essa. I suoi professori erano persino incerti se dargli o meno il dottorato, perciò alla fine ricorsero allo strategemma di mostrare la sua tesi ad Einstein. Quest'ultimo la definì assolutamente brillante, e così de Broglie ottenne il suo dottorato. Tuttavia, la sua idea degli elettroni come onde ricevette un minuscolo supporto fino a che due esperimenti, condotti nei tardi anni venti del 1900, mostrarono in maniera incontrovertibile che gli elettroni si comportano come onde. Nel 1927, due fisici americani, Clinton Davisson e Lester Germer, stavano facendo rimbalzare degli elettroni su una superficie di nichel, registrando quanti di essi volavano via ad angoli differenti. Essi rimasero sorpresi quando il loro rilevatore colse un gran numero di elettroni che rimbalzavano via con un ben determinato angolo. Tale risultato misterioso venne, alla fine, spiegato come diffrazione, alla maniera ondulatoria, degli elettroni che rimbalzavano lungo differenti file di atomi all’interno dei propri bersagli di nichel. Il fascio di elettroni penetrava entro una certa distanza, all’interno del nichel, e parte di esso rimbalzava lungo la prima fila di atomi del cristallo, mentre le altre lungo la seconda fila, e poi la terza, e così via. Gli elettroni riflessi da ciascuna di tali differenti righe di atomi, si comportavano come onde. Le onde che rimbalzavano lungo atomi che si trovavano più in profondità nel cristallo viaggiavano più distanti dalla via d’uscita rispetto a quelle che venivano riflesse da atomi più vicini alla superficie. Tali onde, interferivano l’una con l’altra, proprio come le onde luminose che passavano attraverso fenditure differenti durante l’esperimento di Young(in questo caso però con molte fenditure e non soltanto due). La maggior parte delle volte, le onde riflesse erano fuori fase, cancellandosi vicendevolmente. A certi angoli, tuttavia, la distanza extra percorsa era quella giusta perché le onde riuscissero a sommarsi in fase e produrre dei punti luminosi, i quali furono rilevati da Davisson e Germer come un notevole aumento nel numero degli elettroni riflessi in corrispondenza di quel determinato angolo. La formula di de Broglie che associava una lunghezza d'onda agli elettroni, prediceva perfettamente il risultato ottenuto dai due fisici americani.



Circa nello stesso periodo, George Paget Thomson, presso l'università di

Aberdeen, condusse una serie di esperimenti in cui sparò dei fasci di elettroni su sottili film di metallo e osservò dei profili di diffrazione negli elettroni trasmessi(tali profili venivano prodotti essenzialmente nello stesso modo di quelli ottenuti nell'esperimento di Davisson e Germer). E profili di diffrazione come quelli osservati da Davisson, Germer e Thomson, sono testimonianze inconfutabili di comportamento ondulatorio, proprio come mostrato da Thomas Young nel 1799. Per cui i loro esperimenti fornirono una prova che de Broglie aveva ragione, e che quindi gli elettroni avessero una natura ondulatoria. De Broglie vinse il premio Nobel per la fisica nel 1929 per le sue previsioni, e Davisson e Thomson condivisero un Nobel, nel 1937, per aver dimostrato la natura ondulatoria dell'elettrone. Seguendo le orme degli esperimenti di Davisson, Germer e Thomson, gli scienziati mostrarono come tutte quante le particelle subatomiche si comportino come onde: fasci di protoni e neutroni diffrangono attraverso campioni di atomi esattamente nello stesso modo in cui fanno gli elettroni. Infatti, la diffrazione neutronica è oggi uno strumento standard utilizzato per determinare la struttura di materiali a livello atomico: ovvero gli scienziati riescono a dedurre come sono sistemati gli atomi, osservando i profili di interferenza che risultano quando un fascio di neutroni viene fatto rimbalzare attraverso dei loro campioni. Conoscere la struttura dei materiali a livello atomico, permette agli scienziati di progettare materiali più leggeri e più robusti, da utilizzare per automobili, aerei, sonde spaziali. La diffrazione neutronica può anche essere utilizzata per determinare la struttura di materiali biologici, come proteine ed enzimi, fornendo quindi informazioni critiche agli scienziati per la ricerca di nuovi trattamenti medici e farmacologici.

Ogni cosa è fatta di onde: l’interferenza delle molecole.

Sinora abbiamo visto come tutti gli oggetti materiali siano composti da particelle, le quali esibiscono proprietà ondulatorie. Ma allora, perché non riusciamo a vedere un cane diffrangere attorno ad un albero? Se un fascio di elettroni può diffrangere attraverso un paio di file di atomi, perché un cane non può sfrecciare, da ambo i lati di un albero, per intrappolare, ad esempio, un inerme coniglietto che si trovi dall'altra parte? La risposta risiede nella lunghezza d'onda. Come accade per le onde luminose e sonore, discusse in precedenza, l'abissale differenza nel comportamento di elettroni e cani che incontrano degli ostacoli, si riesce a spiegare tramite la differenza esistente fra le rispettive lunghezze d'onda. La lunghezza d'onda è determinata dal momento, e un cane possiede molto più momento rispetto a un elettrone. La lunghezza d’onda di un oggetto materiale è data dalla costante di Planck divisa per il momento, il quale è la massa moltiplicata per la velocità. La costante di Planck è un numero estremamente piccolo, e tale è anche la massa di un elettrone (circa 10^{-30} kg , ovvero 0,0000000000000000000000000000001 kg) . Gli elettroni di Davisson e Germer, muovendosi alla esorbitante rapidità di 6 milioni di metri al secondo, possedevano la lunghezza d’onda di circa un decimo di nanometro(0,0000000001 m).Quest'ultima è estremamente piccola ma è circa pari a metà della distanza intercorrente fra due atomi di nichel, giusto quella che ci consente di assistere al fenomeno della diffrazione(proprio come le onde sonore, che con la loro lunghezza d'onda di mezzo metro riescono a diffrangere prontamente attraverso porte ampie un metro circa). La lunghezza d'onda di un cagnolino di 20 kg che stia passeggiando allegramente, d'altro canto, è circa pari a 10^{-35}m(0,0000000000000000000000000000 m), ovvero un milionesimo di miliardesimo di miliardesimo della lunghezza d’onda degli elettroni di Davisson e Germer. In che modo si pensa di compararla alle dimensioni di un albero? Bene, la lunghezza d’onda di un cane comparata alla distanza fra due atomi è simile alla distanza fra due atomi comparata al diametro del sistema solare. Così come non vi è alcuna possibilità che l’onda associata ad un cane diffranga da un cristallo di nichel, non parliamo nemmeno di quella legata al fatto che possa aggirare un albero da ambo i lati contemporaneamente. Vi è un netto divario fra un fascio di elettroni e un cane , perciò, qual è il più grande oggetto materiale che abbia mai palesato una natura ondulatoria osservabile? Nel 1999, un gruppo di ricerca dell'università di Vienna, guidato dal dottor Anton Zeilinger, osservò diffrazione e interferenza con molecole consistenti di 60 atomi di carbonio legati assieme in una forma simile a un minuscolo pallone da calcio, ciascuna con una massa circa un milione di volte quella di un elettrone. Essi spararono tali molecole, dalla caratteristica forma a pallone da calcio, contro un rilevatore, e quando osservarono la distribuzione di molecole a valle, essi videro un singolo stretto fascio risultante. Successivamente, essi inviarono il fascio stesso attraverso un wafer di silicio con una serie di fenditure ricavate su di esso, e osservarono la distribuzione delle molecole sul lato opposto delle fenditure. Con le fenditure al loro posto, lo stretto picco iniziale andava ampliandosi, con dei picchi minori che si sviluppavano lungo i suoi due lati. Tali picchi secondari, così come le chiazze luminose e scure osservate da Thomas Young che illuminava con della luce una coppia di fenditure, oppure come i picchi di diffrazione elettronica osservati da Davisson e Germer, sono una prova inconfutabile di comportamento ondulatorio. Le molecole che passano attraverso le fenditure si diffondono e interferiscono fra loro, proprio come le onde luminose. In successivi esperimenti, il team di Zeilinger dimostrò la diffrazione di molecole persino più grandi, aggiungendo 48 atomi di fluoro a ciascuna delle originarie molecole da 60 atomi di carbonio. Tali molecole possiedono una massa circa 3 milioni di volte quella di un elettrone e , ad oggi, detengono il record di oggetto più grande(più massivo) la cui natura ondulatoria sia stata osservata direttamente. Al crescere della massa di una particella, la sua lunghezza d'onda diventa sempre più corta, e diventa sempre più difficile osservarne direttamente gli effetti ondulatori. Questo è il motivo per cui nessuno ha mai visto un cane diffrangere attorno ad un albero; e non sarà probabile vederlo nemmeno a breve. In termini fisici, tuttavia, un cane non è nient’altro che un insieme di molecole biologiche, per le quali il gruppo di Zeilinger ha mostrato l’esistenza di proprietà ondulatorie. Per tale motivo, possiamo affermare, con una certa confidenza, che un cane possiede una natura ondulatoria, esattamente come ogni altra cosa esista al mondo! Punto e basta.

LIBRO 2

Fisica Quantistica

Brevi lezioni per cominciare


Fisica Quantistica
Brevi lezioni per cominciare
Giovanni Liveri

Sommario

Lezione 1

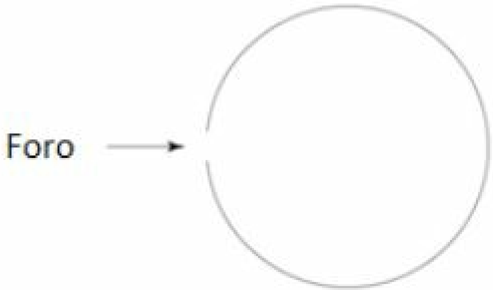
Introduzione

Secondo la fisica classica, le particelle sono particelle e le onde sono onde. Non capita mai che le due entità si mescolino o si confondano l'una con l'altra. In definitiva, le particelle possiedono una energia E e un vettore momento **p**, e questa è la fine della prima storia. Le onde, invece, come quelle luminose ad esempio, possiedono un'ampiezza A e un vettore d'onda **k** (la cui ampiezza è pari a $\frac{2\pi}{\lambda}$, essendo λ la lunghezza d'onda) che punta nella esatta direzione in cui l'onda sta viaggiando. E questa è l'altra fine. Il tutto sempre secondo la fisica classica. Tuttavia la realtà è differente. Le particelle capita che esibiscano dei comportamenti ondulatori e, ulteriormente, le onde risultano talvolta possedere delle proprietà tipiche delle particelle. E l'idea che le onde, come la luce ad esempio, possano agire da particelle, come gli elettroni ad esempio, e viceversa, è stata la principale scoperta che ha aperto le porte alla fisica quantistica come una parte importante del mondo fisico. Al volger del ventesimo secolo, il modo "classico" di vedere la fisica si pensava potesse spiegare praticamente ogni cosa. Tuttavia , il fastidioso e impertinente modo di agire dei fisici sperimentali, portò all'evidenza una manciata di esperimenti che i fisici teorici non erano in grado di spiegare. Il che fece impazzire i fisici teorici e li costrinse a mettersi nuovamente al lavoro. Il problema risiedeva nel mondo microscopico, quel mondo eccessivamente minuscolo per poter essere osservato con agevole naturalezza. Su larga scala la fisica classica era in grado di spiegare praticamente qualsiasi fenomeno potesse accadere. Ma quando si arrivò a considerare effetti legati al mondo microscopico, ecco che la fisica classica cominciò a sfaldarsi e a scricchiolare. E il modo in cui la fisica classica cominciò a collassare , ci introdurrà pian piano alla fisica quantistica e ci farà capire perché la gente ne abbia realmente bisogno.

Lezione 2

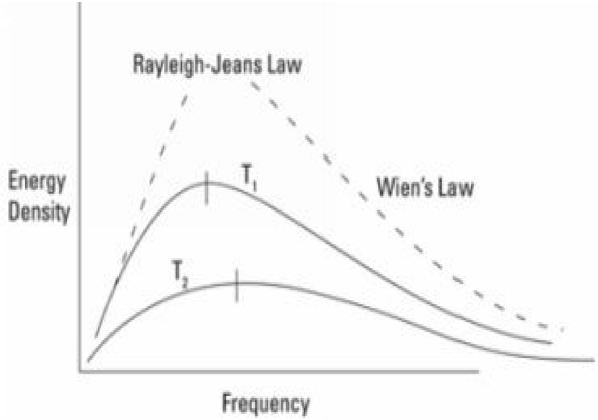
Essere discreti: il problema della radiazione emessa da un corpo nero.

Una delle idee fondanti della fisica quantistica è la **“quantizzazione”**, ovvero il fatto di misurare le quantità in unità discrete, non più continue. L’idea delle energie quantizzate nacque da una delle prime sfide lanciate alla fisica classica: il problema della radiazione di un corpo nero. Vediamo un po' di cosa si tratta. Quando si riscalda un oggetto, esso comincerà ,dopo un po', a risplendere. Anche prima che tale lucentezza sia visibile, l'oggetto irradia, ma lo fa nello spettro infrarosso. La ragione per cui inizia ad un certo punto a risplendere è che , riscaldandolo, gli elettroni presenti sulla superficie del materiale vengono agitati termicamente, e il fatto che gli elettroni vengano accelerati e decelerati ha come effetto l'irradiazione di luce. La fisica di fine diciannovesimo secolo e di inizio ventesimo, si preoccupava di dare una spiegazione allo spettro della luce emessa dai corpi neri. Un corpo nero è essenzialmente un pezzo di materia che irradia in maniera corrispondente alla propria temperatura, ma anche assorbe e riflette luce da e verso le sue circostanze. Per rendere le cose semplici, la fisica aveva supposto che un corpo nero non riflettesse niente e assorbisse tutta quanta la luce che lo investisse(da cui il termine **corpo nero**, perchè l'oggetto sarebbe apparso completamente nero dal momento che avrebbe assorbito tutta quanta la luce che fosse caduta su di esso). Riscaldando un corpo nero, quest'ultimo avrebbe cominciato ad irradiare, emettendo luce. Bene , era molto difficile imbattersi in un esempio fisico di corpo nero. Dopo tutto , quale materiale è in grado di assorbire luce al 100% e di non riflettere alcunchè? Tuttavia i fisici furono ingegnosi e giunsero al modello della cavità vuota con un foro al proprio interno.



Incidendo luce attraverso il foro, tutta quanta quest'ultima sarebbe penetrata all'interno della cavità e, una volta dentro, sarebbe stata riflessa numerose volte, finchè non fosse stata assorbita(una parte trascurabile di luce sarebbe scappata via attraverso il foro).

E se avessimo cominciato a riscaldare la cavità, il foro avrebbe iniziato a risplendere. Ecco ottenuta una buona approssimazione di un corpo nero. Se volessimo osservare lo spettro di un corpo nero(e cercare di modellizzarlo) per due differenti temperature T_1 e T_2, otterremmo una cosa del genere :



Il problema che sorse fu che nessuno era in grado di giungere ad una spiegazione teorica per lo spettro di luce generata da un corpo nero. Tutto ciò che si riusciva a prevedere, utilizzando la fisica classica, era sbagliato e si discostava dall'evidenza sperimentale.

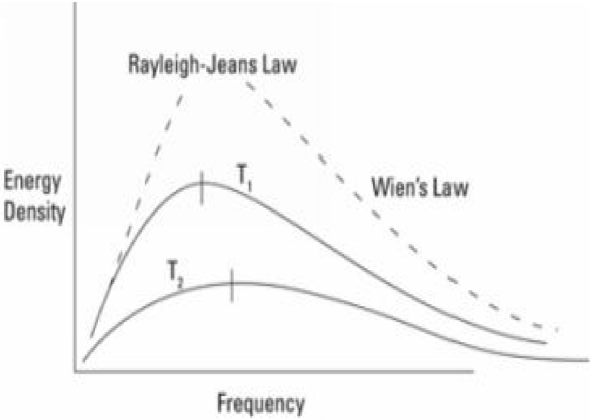
Lezione 3

Primo tentativo: la formula di Wien

Il primo che tentò di spiegare lo spettro di un corpo nero fu Wihelm Wien, nel 1889. Utilizzando la termodinamica classica giunse alla seguente formula:

$$u(\nu,T) = A\nu^5 e^{-\frac{\beta\nu}{T}}$$

dove $u(\nu,T)$ rappresenta la distribuzione di intensità dello spettro di luce alla frequenza ν di un corpo nero alla temperatura T, e A e β sono le costanti che si potevano misurare durante gli esperimenti(lo spettro è dato da $u(\square,T)$, che è la densità di energia della luce emessa come funzione della frequenza e della temperatura). Tale equazione, chiamata formula di Wien in suo onore, funzionava bene alle alte frequenze , come si può notare dal diagramma precedente che riproponiamo:



Sfortunatamente , la stessa formula, risultava fallimentare alle basse frequenze.

Lezione 4

Secondo tentativo: la legge di Rayleigh-Jeans

Il tentativo successivo di spiegare lo spettro del corpo nero fu la cosiddetta Legge di Rayleigh-Jeans, introdotta attorno al 1900. Tale legge prevedeva che lo spettro del corpo nero fosse modellizzato dall'equazione :

$$u(\square,T) = \frac{2\pi\square^4}{c^3}kT$$

dove k è la costante di Boltzmann (approssimativamente pari a 1.3807 x 10^{-23} $J * K^{-1}$). Tuttavia la legge di Rayleigh-Jeans aveva il problema opposto di quella di Wien: sebbene funzionasse bene alle basse frequenze, non si accordava affatto ai dati sperimentali ottenuti per le alte frequenze. Infatti la curva divergeva alle alte frequenze. Tale fatto fu definito catastrofe ultravioletta, dal momento che la migliore predizione disponibile a quel tempo divergeva alle alte frequenze(che corrispondono alla luce ultravioletta appunto). Era giunto il momento, per la fisica quantistica, di cominciare a farsi carico di tale problema.

Lezione 5

Facciamo un salto “quantico” di qualità: lo spettro di Max Planck

Quello del corpo nero risultò essere un problema di difficile risoluzione, e con esso iniziò ad affacciarsi al mondo la fisica quantistica. Max Planck venne fuori con una proposta radicale : cosa sarebbe accaduto se l’ammontare di energia che l'onda luminosa poteva scambiare con la materia non fosse stato continuo, come affermato dalla fisica classica, ma **discreto** ? In altre parole, Planck suppose che l'energia luminosa emessa dalle pareti della cavità del corpo nero venisse fuori soltanto in multipli interi del tipo:

$E = nh$□ dove $n = 0,1,2...$ e h è una costante universale

Grazie a tale teoria, che suonava completamente folle agli inizi del 1900, Planck convertì gli integrali continui utilizzati da Rayleigh-Jeans in somme discrete su un infinito numero di termini.

Facendo tale semplice cambiamento, Planck ottenne la seguente equazione per lo spettro della radiazione del corpo nero:

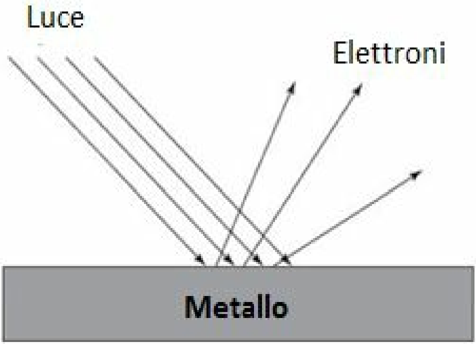
$$u(\square,T) = \frac{2\pi h\square^5}{c^3\,(e^{\frac{h\square}{kT}} - 1)}$$

Tale equazione aveva finalmente centrato nel segno. Essa infatti descrive esattamente lo spettro del corpo nero, sia per le basse che per le alte frequenze(naturalmente anche per le medie). Tale idea era alquanto nuova e rivoluzionaria. Ciò che Planck stava affermando era che l'energia degli oscillatori radianti all'interno del corpo nero non potessero assumere qualsivoglia livello di energia, cosa invece concessa dalla fisica classica. Essi potevano assumere soltanto specifiche energie **quantizzate**. E Planck ipotizzò che ciò valesse per qualsiasi oscillatore, ovvero che la propria energia fosse un multiplo intero di hν. Per tale motivo l'equazione di Planck divenne nota come "**la regola di quantizzazione di Planck**" e h divenne la **costante di Planck** , pari a 6.626×10^{-24} Joule*secondi. Come starete immaginando, l’affermazione che l’energia di tutti gli oscillatori fosse quantizzata rappresentò la nascita della fisica quantistica. Sarebbe interessante chiedersi in che modo Planck tirò fuori la sua teoria, dato che l’ipotesi alla sua base non era affatto ovvia. Gli oscillatori possono oscillare soltanto a energie discrete? Da dove venne fuori tale idea? Poco importava. Ormai la rivoluzione era stata innescata e niente e nessuno avrebbe potuto fermarla.

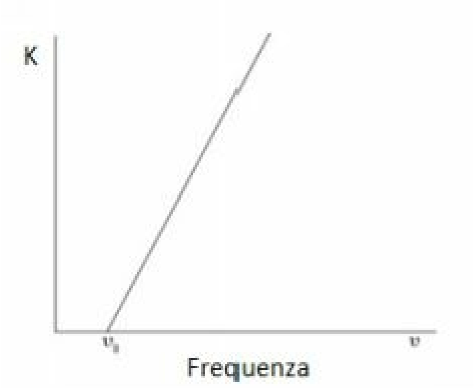
Lezione 6

Vedere la luce come particelle. Risolvere il problema dell’effetto fotoelettrico.

La luce come particelle(starete pensando)? Ma la luce non è composta da onde? La luce, si scoprirà, esibisce proprietà tipiche sia delle onde che delle particelle. Ma procediamo per gradi e partiamo con la storia dell'effetto fotoelettrico. L'effetto fotoelettrico fu uno dei tanti risultati sperimentali che mise in crisi la fisica classica al volger del ventesimo secolo. Esso fu anche uno dei primi successi di Einstein e fornisce una prova della quantizzazione della luce. Ecco in cosa consiste. Quando si incide un metallo con della luce , ciò che si ottiene sarà una emissione di elettroni. Qualcosa del genere, graficamente:



Gli elettroni assorbono la luce incidente e, qualora acquisiscano sufficiente energia, saranno capaci di liberarsi dalla superficie del metallo. Secondo la fisica classica la luce è soltanto un'onda e può scambiare qualsivoglia quantità di energia con il metallo. Quando si indirizzi un fascio di luce su un pezzo di metallo, gli elettroni del metallo dovrebbero assorbire la luce e pian piano acquisire energia sufficiente a essere emessi dal metallo. L'idea era che , incidendo più luce sul metallo, gli elettroni avrebbero dovuto essere emessi con una maggior energia cinetica. Mentre una luce molto fievole non avrebbe dovuto essere in grado di emettere elettroni, eccetto in un intervallo di tempo di diverse ore. Ma ciò non era quello che realmente accadeva. Gli elettroni venivano emessi non appena si illuminasse il metallo con della luce. In realtà , indipendentemente dal fatto che l'intensità della luce incidente fosse fievole o meno, gli elettroni venivano emessi. E lo facevano immediatamente. Altro che in diverse ore! E vi assicuro che gli scienziati sperimentali provarono un sacco di esperimenti condotti con luce fievole e per i quali ci si aspettava un'attesa di ore prima che gli elettroni venissero emessi! Niente. Gli esperimenti riguardo all'effetto fotoelettrico mostrarono che l’energia cinetica, K, degli elettroni emessi dipendeva soltanto dalla frequenza della luce incidente. L’intensità non c’entrava nulla. Un rapporto simile a quanto riportato nella figura seguente:



In figura, ν_0 è chiamata **frequenza di soglia** e, incidendo sul metallo una luce con frequenza inferiore a quella di soglia, nessun elettrone verrà emesso. Gli elettroni emessi provengono dalla riserva di elettroni del metallo(tutti i metalli possiedono una riserva di elettroni liberi), e bisogna alimentare tali elettroni con una energia equivalente alla funzione lavoro del metallo, W, per fare in modo che essi vengano emessi dalla superficie del metallo. I risultati erano davvero difficili da spiegare classicamente, perciò entrò in gioco per la prima volta Einstein. Questo fu l'inizio della sua memorabile ascesa, siamo intorno al 1905. Incoraggiato dal successo di Planck, Einstein ipotizzò che non soltanto gli oscillatori fossero quantizzati , ma che lo fosse anche la luce, in unità discrete definite fotoni. La luce, suggerì Einstein, si comporta come le particelle così come tutte le altre onde. Quindi, secondo tale schema mentale, quando la luce incide una superficie metallica i fotoni colpiscono gli elettroni liberi, e un elettrone assorbe completamente ciascun fotone. Quando l’energia, $h\nu$, del fotone è maggiore della funzione lavoro del metallo, l’elettrone viene emesso. Vale a dire:

$$h\nu= W+K$$

dove W è la funzione lavoro del metallo e K è l’energia cinetica dell’elettrone emesso. Risolvendo per K , avremo:

$$K=h\nu-W$$

È anche possibile riscrivere il tutto in termini della frequenza di soglia:

$$K= h(\nu-\nu_0)$$

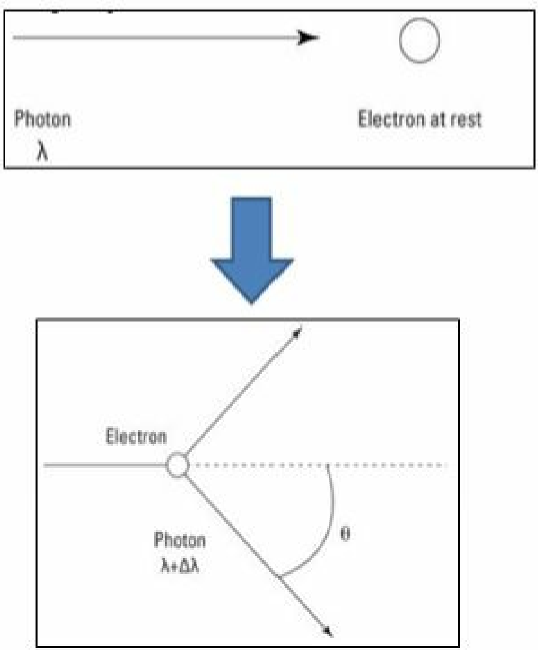
Quindi, evidentemente la luce non è soltanto un’onda. È possibile vederla anche come una particella, il fotone. In altre parole la luce è quantizzata. Questo fu un altro risultato inaspettato, ottenuto da Einstein, nonostante si basasse sul precedente lavoro di Planck. La luce quantizzata? La luce che avanza in pacchetti discreti di energia? Cos'altro c'era da attendersi?

Lezione 7

L’effetto Compton. Lo scattering dei fotoni da parte degli elettroni.

A un mondo che ancora aveva seri problemi a digerire l’idea della luce come particelle, Arthur Compton fornì la mazzata finale con l’effetto Compton. Il suo esperimento coinvolgeva lo scattering dei fotoni, ovvero la deviazione della traiettoria di quest’ultimi, da parte degli elettroni.

Graficamente qualcosa del genere:



La luce incidente arriva con una lunghezza d’onda λ e colpisce l’elettrone a riposo. Una volta accaduto ciò, la traiettoria della luce viene deviata, ciò che si intende con il termine “scattering”. “Classicamente” sarebbe dovuto accadere qualcosa del genere: l’elettrone avrebbe dovuto assorbire la luce incidente, oscillare e infine emetterla, con la stessa lunghezza d’onda di partenza ma con una intensità dipendente dall’intensità della luce incidente. Tuttavia non è ciò che accade in realtà. Infatti, la lunghezza d’onda della luce sarà di fatto cambiata di un $\Delta\lambda$, chiamato in inglese "wavelenght shift". La luce deviata ha una lunghezza d'onda pari a $\lambda+\Delta\lambda$. In altre parole, la lunghezza d'onda è aumentata, il che significa che la luce ha perso energia. Inoltre $\Delta\lambda$ dipende dall'angolo di scattering, θ, e non dall'intensità della luce incidente. Arthur Compton riuscì a spiegare il risultato del suo esperimento soltanto facendo l'ipotesi che si avesse a che fare con due particelle: un fotone e un elettrone. Vale a dire, egli trattò la luce come una particella discreta e non come un’onda. E fece inoltre l’assunzione che fotone ed elettrone collidessero elasticamente, ovvero che l’energia e il momento totale di entrambi si conservasse. Ipotizzando che luce ed elettrone fossero entrambi delle particelle, Compton derivò la sua formula per il “wavelenght shift”(si tratta di un calcolo semplice se si assume che la luce sia rappresentata da un fotone con energia E=hν e che il suo momento sia pari a p=E/c):

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

dove h è la costante di Planck, m_e è la massa di un elettrone, c la velocità della luce e θ l'angolo di scattering della luce. È anche possibile imbattersi nella seguente forma equivalente dell'equazione:

$$\square\square = 2\square_c(\frac{\square}{2})$$

dove λ_c è la lunghezza d'onda di Compton per l'elettrone, $\square_c = \frac{h}{m_e c}$. E l'esperimento confermò tale relazione. Anzi entrambe. Notate bene che Compton, per derivare il "wavelenght shift", fu costretto a fare l'assunzione che la luce si stesse comportando come particella e non come onda. Detto altrimenti, la natura particellare della luce era l'aspetto della luce che veniva fuori in maniera predominante.

Lezione 8

La prova dell’esistenza del positrone. Dirac e l’antimateria.

Nel 1928, il fisico Paul Dirac postulò l’esistenza di un anti-elettrone caricato positivamente: il **positrone**. Giunse a tale conclusione spingendo l’avveniristico nuovo campo della fisica quantistica verso nuovi territori, combinando la relatività con la meccanica quantistica per ottenere la meccanica quantistica relativistica. Questa fu la teoria che predisse, attraverso uno scambio di segni positivo e negativo, l'esistenza del positrone. Fu una previsione coraggiosa: l'**antiparticella** dell'elettrone? Tuttavia soltanto 4 anni più tardi, alcuni fisici osservarono realmente tale positrone. Oggigiorno, la potente fisica delle particelle possiede ogni genere di sincrotrone o vari altri acceleratori di particelle per creare tutte le particelle elementari di cui hanno bisogno, ma agli inizi del ventesimo secolo le cose non andavano proprio nello stesso modo. A quei tempi i fisici si affidavano ai raggi cosmici, quelle particelle e fotoni ad alta energia(denominati raggi gamma) che colpiscono la Terra provenendo dallo Spazio. I fisici utilizzavano le camere a nebbia, le quali erano riempite di vapore derivato dal ghiaccio secco per riuscire ad osservare le tracce lasciate da tali particelle. Gli scienziati misero tali camere all'interno di campi magnetici per essere in grado di misurare il momento delle particelle nel momento in cui curvavano all'interno di quei campi. Nel 1932 un fisico notò un evento sorprendente. Una coppia di particelle, caricate in maniera opposta(il che era possibile essere determinato dal modo in cui curvavano all'interno del campo magnetico) apparve apparentemente dal nulla. Nessuna traccia di particella riconduceva all'origine delle due particelle che apparvero. Si trattava della produzione di una coppia: la conversione di un fotone ad elevata potenza in un elettrone e un positrone, il che accade quando un fotone passa vicino a un pesante nucleo atomico. Quindi, sperimentalmente, gli scienziati avevano osservato che un fotone si trasformava in una coppia di particelle. Fantastico. Proprio come se qualcun altro avesse bisogno di maggiore evidenza della natura particellare della luce. Più tardi i ricercatori osservarono anche l'annichilazione di una coppia: ovvero la conversione di un elettrone e di un positrone in luce pura. La produzione e l'annichilazione di una coppia finirono per essere governate dalla nuova teoria della relatività di Einstein, in particolare la sua famosa formula , $E = mc^2$, che fornisce l'equivalenza fra energia e massa. A quel punto vi era davvero un'abbondanza di evidenza dell'aspetto particellare della luce.

Lezione 9

Una doppia identità: guardiamo le particelle come se fossero delle onde.

Nel 1923, il fisico Luis de Broglie suggerì che non solo le onde esibivano degli aspetti tipici delle particelle, ma che fosse vero anche il contrario: ovvero che tutte le particelle della materia dovessero mostrare degli aspetti ondulatori. Come funzionava la cosa? Per un fotone valgono le seguenti relazioni:

1) Il momento è pari a $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$, dove ν è la frequenza del fotone e λ è la sua lunghezza d'onda.

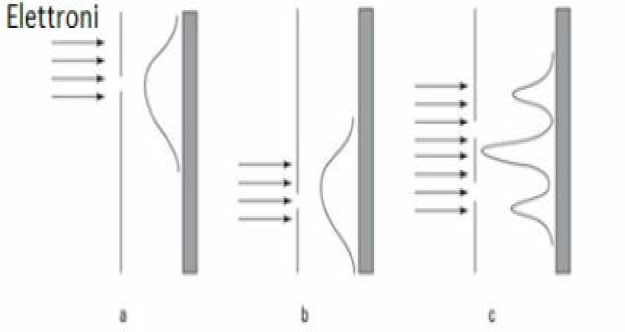
2) Il vettore d'onda, **k**, è pari a $k = \frac{p}{\hbar}$, dove $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

De Broglie affermò che le stesse relazioni dovessero valere per tutte le particelle materiali. Vale a dire:

1) $p = \frac{h}{\square}$

2) $k = \frac{p}{\square}$

De Broglie presentò tali idee, apparentemente sorprendenti, nella sua tesi di dottorato. I ricercatori misero in atto tali idee, inviando un fascio di elettroni attraverso un apparato dotato di un paio di fessure per appurare se il fascio si sarebbe comportato come se fosse composto da particelle oppure da onde. L’esperimento portato avanti dagli scienziati sperimentali fu il seguente:



Nella figura “a” si può notare il fascio di elettroni che passa attraverso una singola fessura e il corrispondente pattern ottenuto sullo schermo. Nella figura “b”, invece, il fascio viene fatto passare attraverso una seconda fessura. Classicamente, ci si sarebbe aspettati che le intensità ottenute nelle figure “a” e “b”, semplicemente si sommassero quando entrambe le fessure fossero state aperte contemporaneamente, ovvero:

$$I = I_1 + I_2$$

Tuttavia questo non fu ciò che in realtà si verificò. Ciò che in realtà apparve sullo schermo nella condizione in cui entrambe le fessure fossero aperte, fu un pattern di interferenza e non meramente la somma delle intensità degli elettroni attraverso ciascuna singola fessura(Figura “c”). Tale risultato sperimentale rappresentò allora una validazione dell'invenzione, da parte di de Broglie, delle onde materiali. L'esperimento confermò la relazione per cui $\square = \frac{h}{p}$, e per de Broglie si spalancarono letteralmente le porte del successo. L'idea delle onde materiali rappresentò davvero un enorme scossone per la fisica. In particolare, l'esistenza delle onde materiali, prevede che per sommare due onde, basta sommare le rispettive ampiezze d'onda, $\psi_1(r,t)$ e $\psi_2(r,t)$, e non le loro intensità:

$$\boldsymbol{\psi(r,t)=\psi_1(r,t)+ \psi_2(r,t)}$$

per ottenere le intensità si eleveranno al quadrato le ampiezze e, la differenza di fase fra $\psi_1(r,t)$ e $\psi_2(r,t)$, è ciò che in realtà crea il pattern di interferenza che è possibile osservare sperimentalmente.

Lezione 10

Non si può conoscere con precisione tutto(ma si può sapere quanto ogni cosa sia probabile!)

Quindi, le particelle apparentemente esibiscono proprietà tipiche delle onde, e le onde mostrano proprietà tipiche delle particelle. Ma allora, se abbiamo un elettrone, di cosa stiamo parlando?

Di un’onda o di una particella? La verità è che fisicamente un elettrone è soltanto un elettrone e non è possibile dire se sia una particella o un’onda. È l’atto della **misurazione** che tira fuori le proprietà particellari o ondulatorie. La meccanica quantistica vive in questo riquadro di incertezza in maniera abbastanza felice. Tale visione, offese molti eminenti fisici del tempo, primo fra tutti Einstein, del quale è celeberrima la frase: “Dio non gioca a dadi!”. Nel prosieguo delle nostre lezioni discuteremo l’idea di indeterminazione e vedremo come la fisica quantistica lavori in termini di probabilità piuttosto che di certezze.

Lezione 11

Il principio di indeterminazione di Heisenberg.

Il fatto che la materia esibisca proprietà ondulatorie dà luogo a un ulteriore problema: le onde non sono localizzate nello spazio. E la consapevolezza di ciò, ispirò Werner Heisenberg, nel 1927, a tirar fuori dal cilindro il suo celebre principio di indeterminazione. Nella fisica classica è possibile descrivere ,in maniera completa, gli oggetti attraverso il loro momento e la loro posizione. E per entrambi è possibile ottenere una misurazione esatta. In altre parole, la fisica classica è completamente **deterministica**. Tuttavia, a livello atomico, la fisica quantistica dipinge un quadro differente. Per quest'ultimo caso, infatti, il **Principio di indeterminazione di Heisenberg** afferma che esiste un'incertezza intrinseca nella relazione fra momento e posizione. Nella direzione x, ad esempio, il tutto si traduce in:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

dove Δx è l’incertezza di misura sulla posizione x della particella, Δp_x è l’incertezza di misura sul suo momento lungo la direzione x e ħ = h/2π. Il che è equivalente a dire che, più accuratamente si conosce la posizione di una particella, meno accuratamente se ne conoscerà il momento. E viceversa. Tale relazione vale per tutte e tre le dimensioni:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

Il principio di indeterminazione di Heisenberg è una diretta conseguenza della natura ondulatoria della materia, perché non è possibile definire completamente un'onda. La fisica quantistica, a differenza di quella classica, è completamente **indeterministica.** Non si potrà mai conoscere l'esatta posizione e l'esatto momento di una particella, nello stesso istante. È possibile soltanto fornire delle probabilità per tali due misure correlate.

Lezione 12

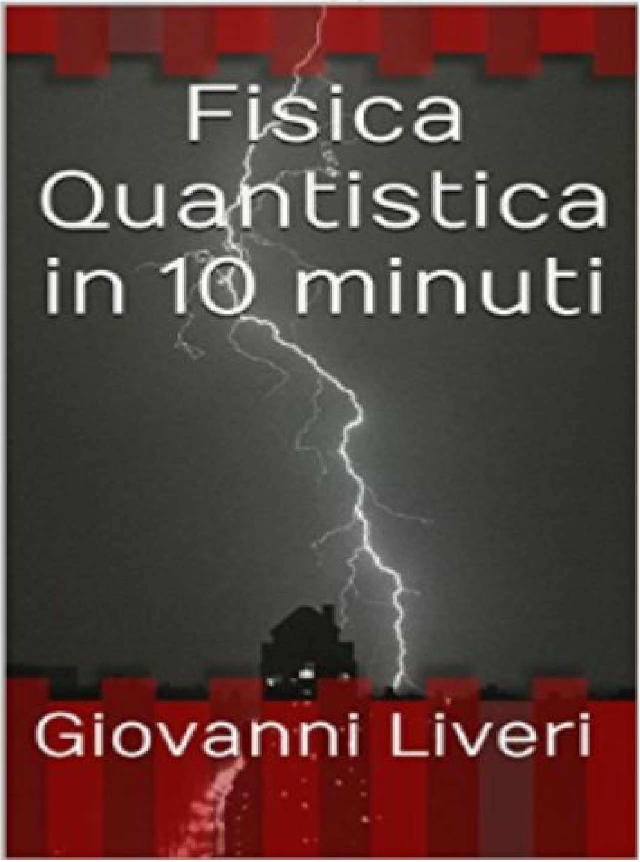
Fisica quantistica e probabilità.

In fisica quantistica, lo stato di una particella è descritto da una funzione d'onda, $\psi(r,t)$. La funzione d'onda descrive l'onda di de Broglie di una particella, fornendo la sua ampiezza come una funzione della posizione e del tempo. Ricordiamo che la funzione d'onda fornisce l'ampiezza di una particella, non la sua intensità. Qualora si volesse trovare l'intensità della funzione d'onda, bisognerebbe elevare al quadrato quest'ultima: $|\square(r,t)|^2$. L'**intensità** di un'onda equivale alla probabilità che una determinata particella si trovi in una determinata posizione in un determinato istante di tempo. Questo è il modo in cui la fisica quantistica converte le questioni relative a momento e posizione in problemi di probabilità: utilizzando una funzione d'onda il cui quadrato ci fornisce la **densità di probabilità** che una determinata particella occuperà una determinata posizione o avrà un determinato momento. In altre parole, $|\square(r,t)|^2 d^3r$ è la probabilità che la particella si possa trovare nell'elemento di volume d^3r, localizzato alla posizione r nel tempo t. Oltre alla funzione d'onda spazio-temporale ψ(r,t), esiste anche la versione della funzione d'onda momento-temporale: φ(p,t). Considerate che lo studio della funzione d'onda è un po' la base della predizione del comportamento di tanti sistemi fisici. Giusto per citarne alcuni: le funzioni d'onda delle particelle libere, le funzioni d'onda di particelle intrappolate all'interno di potenziali, le funzioni d'onda di particelle identiche che collidono, le funzioni d'onda di particelle in oscillazione armonica, quelle dello scattering della luce per mezzo di particelle. Come già accennato in precedenza, utilizzando tale tipologia di fisica sarà possibile predire il comportamento di tantissimi tipi differenti di sistemi fisici. Ma questa, è tutt'altra storia. Almeno per il momento!

LIBRO 3

Fisica Quantistica

in 10 minuti


Fisica
Quantistica
in 10 minuti
Giovanni Liveri

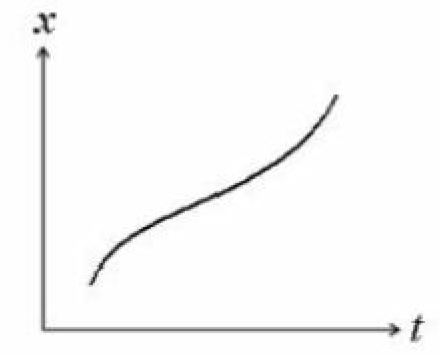
Sommario

Lezione

La meccanica è la scienza che tratta il moto degli oggetti materiali. Essa consiste essenzialmente in due parti: la prima parte specifica lo stato di moto di un determinato sistema meccanico in un preciso istante, mentre la seconda specifica come tale stato di moto si evolva nel tempo. Le cosiddette equazioni del moto, per intenderci. Esistono due tipi di meccanica: la meccanica classica e la meccanica quantistica. Per semplicità noi considerereremo principalmente il moto di particelle puntiformi in uno spazio unidimensionale. Nella meccanica classica le particelle si muovono lungo traiettorie continue, e lo stato del moto di una particella in un ben preciso istante di tempo è rappresentato dalla sua posizione e velocità in quel determinato istante di tempo, x(t) e v(t) rispettivamente, con $v(t) = dx(t)/dt$. Lo stato di moto della particella evolve in accordo alla seconda legge del moto di Newton:

$$md^2x(t)/dt^2 = -dV/dx$$

dove m è la massa della particella e V è un potenziale esterno.



Lo stato di un sistema classico di N particelle è rappresentato, ovviamente, dalle posizioni e velocità di ciascuna di tali particelle. In maniera equivalente, lo stato di un sistema può essere rappresentato tramite un punto che si muova con una ben definita velocità in una configurazione di spazio N-dimensionale, denotata da $(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$, dove il valore della prima coordinata rappresenta la posizione della particella numero 1, e via discorrendo per le altre particelle. Il moto di tale punto rappresentativo sarà dato da:

$$m_i d^2 x_i(t)/dt^2 = -dV/dx_i$$

dove m_i rappresenta la massa della particella la cui coordinata è x_i. Ciò significa che ciascuna delle N coordinate evolve secondo la seconda legge del moto di Newton. Nella meccanica classica abbiamo un quadro fisico ben preciso del moto delle particelle nello spazio e nel tempo. Il che rende la teoria molto comprensibile. Cosa accade invece nella meccanica quantistica? Nella meccanica quantistica, lo stato di una particella quantistica è descritto tramite una funzione d'onda ψ(x,t). Sebbene il valore assunto da tale funzione sia generalmente complesso, esso è composto da due funzioni reali R(x,t) e S(x,t):

$$\psi(x,t) = R(x,t)e^{iS(x,t)/\hbar}$$

dove ħ, la costante di Planck ridotta(ovvero la costante di Planck divisa per 2π), viene introdotta per praticità. La funzione d'onda rappresenta lo stato del moto casuale e discontinuo della particella. In ogni dato istante di tempo, la particella quantistica si trova ancora in una posizione dello spazio. Tuttavia, differentemente dalla situazione classica, il moto non è più continuo bensì discontinuo e per di più randomico, ovvero casuale. Per una particella quantistica non si ha più una traiettoria continua e inoltre non esistono più le equazioni del moto in termini di x(t). Piuttosto, tale moto discontinuo e randomico della particella, forma una nuvola particellare che si estende attraverso lo spazio(in un intervallo di tempo infinitesimale) e lo stato del moto di una particella è rappresentato dalla densità e dal flusso della densità di tale nuvola, denotate rispettivamente da $\rho(x,t)$ e □(x,t). Ciò è simile all descrizione di un fluido classico in idrodinamica. Tuttavia i loro significati fisici sono differenti. La nuvola particellare è formata dal randomico e discontinuo moto di una singola particella, e la densità della nuvola, $\rho(x,t)$, rappresenta l’oggettiva densità di probabilità che la particella appaia nella posizione x all’istante t.

Ciò che vien fuori, matematicamente, è che la funzione d’onda $\psi(x,t)$ è una funzione complessa composta da $\rho(x,t)$ e **I**(x,t):

$$R(x,t) = \sqrt{\rho(x,t)}$$

$$S(x,t) = m\int_{-\infty}^{x} \frac{\mathrm{j}(x',t)}{\rho(x',t)}\,dx'$$

Vale a dire

$$\psi(x,t) = R(x,t)e^{\frac{iS(x,t)}{\hbar}} = \sqrt{\rho(x,t)}e^{\frac{im\int_{-\infty}^{x} \frac{\mathrm{j}(x',t)}{\rho(x',t)}dx'}{\hbar}}$$

La descrizione sopra riportata del moto di una singola particella può essere naturalmente estesa al moto di più particelle. In ogni istante di tempo un sistema quantistico di N particelle può essere rappresentato da un punto all’interno di una configurazione di spazio N-dimensionale, e il moto di tali particelle forma una nuvola all’interno di tale configurazione spaziale. Perciò, similmente al caso della singola particella, lo stato di un sistema è rappresentato dalla densità e dal flusso di densità della nuvola nella configurazione spaziale, $\rho(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ e $\square(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$. La densità $\rho(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ rappresenta la densità di probabilità che la particella numero 1 appaia nella posizione x_1 e la particella numero 2 appaia nella posizione x_2 , …, e la particella N appaia nella posizione x_N. Inoltre, lo stato di un sistema quantistico di N particelle può essere rappresentato tramite una funzione d'onda in una configurazione spaziale N-dimensionale, $\psi(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$, che è composta da $\rho(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ e $\square(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ in modo simile al caso discusso per la singola particella. Nella meccanica classica, l'evoluzione dello stato di moto di una particella classica, x(t), è governata dalla seconda legge del moto di Newton. Nella meccanica quantistica, invece, l'evoluzione dello stato di moto di una particella quantistica, ρ(x,t) e □(x,t) oppur equivalentemente ψ(x,t), è governata dall'equazione di Schrödinger:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial^2 x}+V\psi(x,t)$$

dove m è la massa della particella e V(x) è un potenziale esterno. In altre parole, in meccanica quantistica l'equazione del moto è quella di Schrödinger. Per un sistema quantistico di N particelle, l'evoluzione del proprio stato è governato dall'equazione di Schrödinger in una configurazione spaziale N-dimensionale:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x1, x2, x3, \ldots xN, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2 \psi(x1, x2, x3, \ldots, xN, t)}{\partial^2 x_i} + V\psi(x1, x2, x3, \ldots, xN, t)$$

In aggiunta a ciò, la funzione d'onda sottostà ad una evoluzione non lineare e stocastica, frutto della casualità e discontinuità del moto, oltre che all'evoluzione lineare deterministica governata dall'equazione di Schrödinger. Sebbene l'esatta legge dell'evoluzione stocastica sia ancora sconosciuta, i suoi effetti generali sono stati resi noti dai risultati sperimentali. Per prima cosa, l'effetto dell'evoluzione stocastica è talmente esiguo che può essere trascurato per sistemi microscopici come gli elettroni. Secondariamente, l'effetto dell'evoluzione stocastica diventa significativo per sistemi macroscopici come gli oggetti della vita di tutti i giorni e soprattutto i dispositivi di misura. L'evoluzione stocastica porterà alla localizzazione degli oggetti di tutti i giorni e creerà l'apparenza di un moto continuo nel mondo macroscopico. Utilizzando il teorema di Ehrenfest si può dimostrare che l'effettiva legge del moto risultante non è altro che la seconda legge di Newton:

$$m\frac{d^2\langle x\rangle}{dt^2} = -\frac{d\langle V\rangle}{dx}$$

dove m è la massa di un oggetto macroscopico , <x> è l'effettiva posizione dell'oggetto e <V> è l'effettivo potenziale esterno in cui l'oggetto si sta muovendo. In particolare:

$$< x >= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,t) x \psi^*(x,t) dx$$

$$< V >= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,t) V(x) \psi^*(x,t) dx$$

Quindi , la meccanica quantistica è una teoria ancora più fondamentale, che si applica non soltanto alle particelle microscopiche ma anche agli oggetti macroscopici, mentre la meccanica classica è soltanto la sua approssimazione per la descrizione del moto di oggetti macroscopici. Inoltre, l'evoluzione stocastica porta al cosiddetto collasso della funzione d'onda durante una misurazione convenzionale in cui sia coinvolta una forte interazione fra il sistema microscopico e lo strumento di misura. Il risultato di misurazione è in generale random e la sua probabilità soddisfa la regola di Born. Parlando concretamente, qualora un sistema fisico sia in una sovrapposizione quantistica degli autostati di una variabile dinamica A, ovvero $|\psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle$, allora una misurazione convenzionale effettuata sulla variabile A farà quasi istantaneamente collassare lo stato in uno degli autostati $|a_i\rangle$ .Ciò è definito postulato del collasso all'interno della formulazione standard della meccanica quantistica. Inoltre, la probabilità che la misurazione produca il risultato a_i è pari a $|c_i|^2$. Questa è la regola di Born. Indipendentemente dal postulato del collasso, la regola di Born è stata confermata da precisi esperimenti ed è una parte ben provata della meccanica quantistica. Ricapitolando, abbiamo appena presentato una formulazione comprensibile della meccanica quantistica. Stop. Ora, bisognerebbe spiegare le basi fisiche di tale formulazione. Prima di tutto, rispondere al perché l'evoluzione lineare dello stato di un sistema fisico sia governato dall'equazione di Schrödinger nel dominio non relativistico. Successivamente, partendo da tale equazione, dimostrare come la funzione d’onda nell’equazione rappresenti lo stato di moto discontinuo e randomico delle particelle. Alla fine , spiegare perché la funzione d’onda collassi durante una misurazione convenzionale e perché la probabilità del risultato della misurazione soddisfi la regola di Born. Ma questa, è tutta un’altra storia!

LIBRO 4

Fisica Quantistica

Rapido coinvolgimento fra parole e formule

Fisica Quantistica

Rapido coinvolgimento fra parole e formule

Giovanni Liveri

Sommario

Introduzione

La fisica classica è dominata da due concetti fondamentali. Il primo è il concetto di particella, ovvero un’ entità discreta avente una posizione e un momento ben definiti , la quale si muove in accordo alle leggi di Newton del moto. Il secondo concetto è quello di onda elettromagnetica, ovvero un’entità fisica estesa con una presenza in ogni punto dello spazio fornita da campi elettrici e magnetici che cambiano in accordo alle leggi di Maxwell dell’elettromagnetismo. Il quadro del mondo classico è chiaro e ordinato. Le leggi che regolano il moto delle particelle sono responsabili del mondo materiale che ci circonda, mentre quelle dei campi elettromagnetici hanno a che vedere con le onde luminose che illuminano il nostro amato mondo. Tale visione classica cominciò a sgretolarsi a partire dal 1900, anno in cui Max Planck pubblicò la sua teoria sulla radiazione emessa da un corpo nero: vale a dire una teoria riguardo alla radiazione termica in equilibrio di un corpo che è, a tutti gli effetti, un perfetto assorbitore. Planck fornì una spiegazione delle proprietà osservate per la radiazione del corpo nero, assumendo che gli atomi emettano e assorbano quanti discreti di radiazione con energia pari a $E=h\nu$, dove ν è la frequenza della suddetta radiazione e h è una costante fondamentale della natura con valore pari a:

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{Js}$$

Tale costante è oggi conosciuta col nome di "costante di Planck". Nelle pagine a venire, scopriremo come la costante di Planck giochi uno strano ruolo sul legame fra proprietà particellari e ondulatorie. Nel fare ciò, ci aiuterà a comprendere come, in realtà, la fisica non possa essere basata su due concetti distinti e scollegati fra loro: il concetto di particella e quello di onda, appunto. Tali concetti classici, nella loro forma più smagliante, rappresentano soltanto una descrizione approssimata della realtà.

I fotoni

I fotoni sono quanti particellari della radiazione elettromagnetica. Essi viaggiano alla velocità della luce c, con un momento p e un'energia E date dalle seguenti formule:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

dove λ è la lunghezza d'onda della

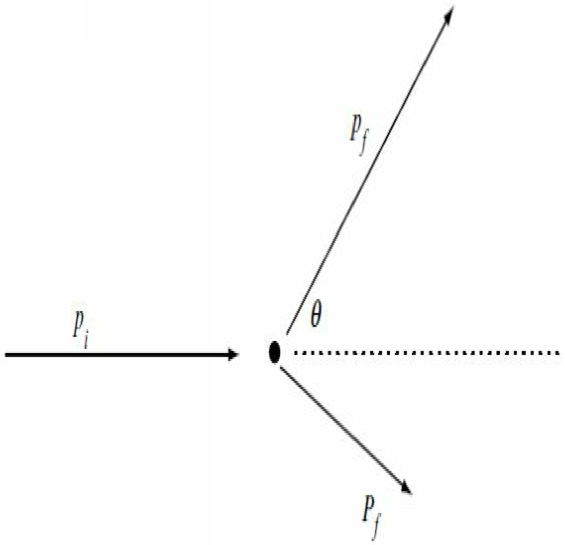
radiazione elettromagnetica. Rispetto agli standard classici, il momento e l'energia di un fotone sono davvero esigui. Ad esempio, il momento e l'energia di un fotone visibile con lunghezza d'onda pari a λ=663 nm sono rispettivamente pari a:

$$p = 10^{-27}\, Ns$$

$$E = 3 \times 10^{-19}\, J$$

Essendo un elettronvolt pari a $1eV = 1.602 \times 10^{-19} J$, esso rappresenta un'unità utile per esprimere l'energia di un fotone: i fotoni visibili possiedono energie dell'ordine dell' eV, mentre i raggi X hanno energie dell'ordine dei 10keV, ad esempio. L'evidenza riguardo all'esistenza dei fotoni emerse durante i primi anni del ventesimo secolo. Nel 1923 tale evidenza divenne impellente quando A.H. Compton mostrò come la lunghezza d'onda di un raggio X cresceva quando esso veniva scatterato(ovvero deviato rispetto alla propria usuale traiettoria) da un elettrone atomico. Tale effetto, oggi noto col nome di "effetto

Compton”, poteva essere compreso soltanto assumendo che il processo di scattering prevedesse una collisione fra fotone ed elettrone in cui si conservassero momento ed energia. Proviamo a illustrarlo graficamente.



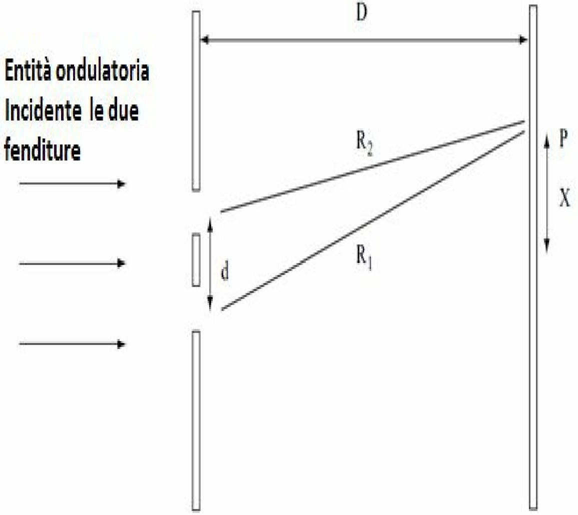
Il fotone incidente trasferisce momento all'elettrone stazionario in modo tale che il fotone “scatterato” possieda un momento più basso rispetto a prima e quindi una lunghezza d’onda maggiore. Infatti, quando un fotone viene deviato di un angolo θ da un elettrone stazionario di massa m_e, l’aumento in lunghezza d’onda è dato da:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Dalla formula precedente, si può notare come l’ampiezza di tale aumento è regolato dalla quantità:

$$\frac{h}{m_e c} = 2.43 \times 10^{-12}\, m$$

una lunghezza fondamentale definita **lunghezza d'onda di Compton** dell'elettrone. Il concetto di "fotone" fornisce una naturale spiegazione dell'effetto Compton e di altri fenomeni elettromagnetici di natura particellare come ad esempio l'effetto fotoelettrico. A ogni modo, non è ben chiaro come il fotone possa essere responsabile delle proprietà ondulatorie della radiazione elettromagnetica. Illustreremo tale difficoltà di comprensione considerando l'esperimento dell'interferenza attraverso due fenditure, per la prima volta utilizzato da Thomas Young nel 1799 per misurare la lunghezza d'onda della luce. Gli elementi essenziali dell'interferenza attraverso le due fenditure verranno di seguito illustrati:



L’esperimento consiste di un paio di fenditure, separate da una distanza d, e uno schermo di osservazione posto a una distanza D da esse. Quando dei disturbi di natura ondulatoria, provenienti dalla due fenditure, interferiscono costruttivamente e distruttivamente sullo schermo, si riescono ad osservare delle frange luminose e scure ugualmente spaziate. Nel punto P, ad esempio, si verifica un'interferenza costruttiva, a una distanza X dal centro dello schermo, quando la differenza fra i due percorsi R_1-R_2 è pari a un numero intero di lunghezze d'onda. Nel caso in cui d<<D, tale differenza di percorso sarà pari a

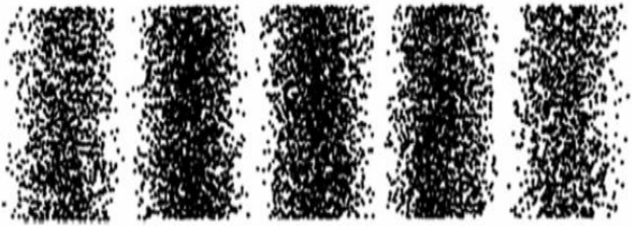
$\frac{xd}{D}$.

Quando la radiazione elettromagnetica passa attraverso le due fenditure viene fuori un pattern di frange di interferenza sullo schermo finale. Tali frange sorgono perché i disturbi di natura ondulatoria provenienti dalle due fenditure interferiscono costruttivamente oppure distruttivamente una volta arrivati sullo schermo. Tuttavia, un’analisi più accurata e attenta del pattern di interferenza, rivela come esso in realtà sia il risultato di innumerevoli fotoni che arrivano in differenti punti sullo schermo. Qualcosa del genere:

Pattern formato da 100 particelle quantiche

Pattern formato da 1000 particelle quantiche

Pattern formato da 100 00particelle quantiche



Si tratta di una simulazione al computer del pattern di interferenza attraverso due fenditure. Ciascun punto indica una particella quantistica rilevata sullo schermo posizionato alle spalle delle fenditure. Quando l'intensità della luce incidente è molto bassa il pattern di interferenza sorge lentamente mano a mano che ciascun fotone arriva su un punto casuale dello schermo dopo aver, apparentemente, attraversato le due fenditure in una maniera ondulatoria. Tali fotoni, non si comportano come delle particelle classiche, con delle ben definite traiettorie. Piuttosto, nel momento in cui vengono presentate loro le due alternative possibili di traiettoria da seguire(una per ciascuna fenditura), essi in realtà sembra che le attraversino entrambe, arrivando su un punto casuale dello schermo e dando vita a un profilo di interferenza. Di primo acchito, le proprietà particellari e ondulatorie del fotone appaino estremamente strane. In realtà , non si tratta di una loro peculiarità. Infatti, nel prosieguo delle pagine, vedremo come elettroni, neutroni, atomi e molecole si comportino esattamente nel medesimo strano modo.

Le onde di de Broglie

La possibilità che le particelle della materia, come gli elettroni, potessero essere sia particelle che onde fu proposta , per la prima volta, da Louis de Broglie nel 1923. Più specificatamente egli propose che una particella di materia con momento p potesse agire come un'onda di lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Tale lunghezza d'onda è oggi nota col nome di "lunghezza d'onda di de Broglie". È spesso utile riscrivere l'equazione relativa alla lunghezza d'onda di de Broglie in termini dell'energia della particella. La relazione generale fra energia relativistica ▌ e momento p di una particella dotata di massa m è pari a:

$$\varepsilon^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

Ciò implica che la lunghezza d'onda di de Broglie di una particella con energia relativistica I è data da:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(\varepsilon - mc^2)(\varepsilon + mc^2)}}$$

Quando la particella è ultra-relativistica è possibile trascurare l'energia massiva mc^2 e ottenere:

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$$

Tale espressione è in accordo con la relazione fra energia e lunghezza d'onda per un fotone già incontrata in precedenza. Quando la particella è non-relativistica avremo:

$$\varepsilon = mc^2 + E$$

dove $E = p^2/2m$ è l'energia cinetica di una particella non relativistica, per l'appunto. Otterremo quindi per la lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

In pratica, la lunghezza d'onda di de Broglie di una particella di materia è molto piccola e difficile da misurare. A ogni modo, dall'equazione sopra riportata è possibile notare come particelle di piccola massa possiedano lunghezze d'onda più lunghe, il che implica che le proprietà ondulatorie delle particelle più piccole della materia, gli elettroni, sono le più semplici da rilevare. La lunghezza d'onda di un elettrone non-relativistico è ottenuta sostituendo $m = m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ nell'equazione precedente. Esprimendo l'energia cinetica E in elettronvolts, otterremo:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1.5}{E}}\, nm$$

Da tale equazione si può immediatamente notare come un elettrone di energia 1.5eV possieda una lunghezza d’onda di 1nm mentre uno di 15keV abbia una lunghezza d’onda di 0.01nm. Dal momento che tali lunghezze d’onda sono confrontabili con le distanze fra gli atomi all’interno dei solidi cristallini, gli elettroni con energie comprese nell'intervallo che va dall'eV al keV verranno diffratti dal reticolo cristallino. Per tale motivo, i primi esperimenti che dimostrarono le proprietà ondulatorie degli elettroni furono esperimenti di diffrazione cristallina. Essi furono svolti dagli scienziati C.J. Davisson, L.H. Germer e G.P. Thomson nel 1927. L'esperimento di Davisson coinvolgeva elettroni di energia attorno ai 54eV e lunghezza d'onda pari a 0.17nm che vennero diffratti dall'array regolare di atomi posti sulla superficie di un cristallo di nichel. Nell'esperimento di Thomson, elettroni di energia attorno ai 40eV e lunghezza d'onda 0.006nm furono fatti passare attraverso un target policristallino e diffratti dai microcristalli orientati in maniera casuale. Tali esperimenti mostrarono, oltre ogni dubbio, come gli elettroni potessero comportarsi alla stessa stregua di onde dotate di lunghezza d'onda data dalla relazione di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

A partire dal 1927, molti esperimenti mostrarono come anche i protoni, i neutroni, gli atomi e le molecole possiedano proprietà ondulatorie. A ogni modo, le implicazioni concettuali di tali proprietà vengono esplorate al meglio riconsiderando l'esperimento dell'interferenza attraverso le due fenditure già visto in precedenza. Ricordiamo come andavano le cose. Un fotone che fosse passato attraverso le due fenditure avrebbe dato vita a dei disturbi di natura ondulatoria che avrebbero interferito fra loro costruttivamente e distruttivamente nel momento in cui il fotone stesso fosse stato intercettato sullo schermo posizionato dietro le fenditure. Le particelle di materia si comportano in modo molto simile. Una particella di materia, così come un fotone, dà vita a dei disturbi ondulatori i quali interferiscono costruttivamente e distruttivamente quando la particella stessa venga individuata su uno schermo.

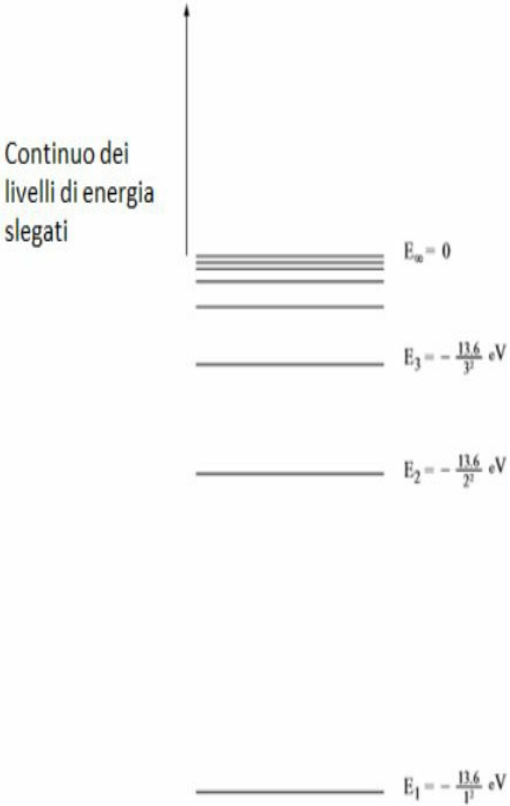
Ovviamente, crescendo il numero di particelle che passa attraverso le due fenditure, verrà fuori un vero e proprio pattern di interferenza sullo schermo di osservazione. Negli anni, sono stati osservati sperimentalmente pattern di interferenza formati da una grande varietà di particelle al loro passaggio attraverso il sistema a duplice fenditura. Fu altresì dimostrato come si potesse assistere ad un pattern di interferenza anche in presenza di una sorgente talmente fievole che soltanto un elettrone alla volta fosse in transito, il che confermò come ciascun elettrone sembrava proprio che passasse attraverso entrambe le fenditure in una maniera “ondulatoria” , prima che venisse intercettato, in un punto casuale, sullo schermo di osservazione. Gli esperimenti di interferenza attraverso duplice fenditura furono effettuati utilizzando neutroni, ma anche atomi e persino molecole. In ciascun caso, si osservò come ognuno esibisse effetti di interferenza simili l’uno rispetto a tutti gli altri. Tali esperimenti dimostrarono che le particelle di materia, come i fotoni, non sono in realtà delle particelle classiche, con delle traiettorie ben definite. Piuttosto, di fronte a due possibili traiettorie, una per ciascuna fenditura nel caso degli esperimenti analizzati in precedenza, sembrava che seguissero entrambe le traiettorie , alla maniera “ondulatoria”, arrivassero su un punto casuale dello schermo e dessero vita a un pattern di interferenza. In ogni caso, il pattern consisteva di frange spaziate fra loro di □D/d, dove d è la separazione fra le due fenditure, D la distanza dello schermo da quest’ultime e λ la lunghezza d'onda di de Broglie data dall'equazione:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

I fisici, negli anni, continuarono ad utilizzare l'ambigua parola "particella", per descrivere tali importantissimi oggetti microscopici. Per tale motivo, continueremo a vivere insieme a tale ambiguità, ma occasionalmente utilizzeremo il termine "particella quantistica" per ricordare come l'oggetto di cui si sta parlando è sì una particella , ma possiede anche proprietà ondulatorie. In tal modo daremo la duplice idea di particella e di onda. Nelle pagine a venire verrà enfatizzato il ruolo che la costante di Planck gioca nel legame fra particella e onda per una particella quantistica. Ad esempio, qualora la costante di Planck fosse pari a zero, tutte quante le lunghezze d'onda di de Broglie sarebbero pari a zero e le particelle di materia esibirebbero soltanto delle proprietà classiche, da mera particella appunto. Allora, buona lettura e buona scoperta!

Gli atomi

È ben risaputo che gli atomi possano esistere in stati con energie quantizzate o discrete. Ad esempio, diamo un'occhiata ai livelli di energia per un atomo di idrogeno, il quale consiste semplicemente di un elettrone e un protone:



Continuo dei livelli di energia slegati
$E_\infty = 0$
$E_3 = -\frac{13.6}{3^2}$ eV
$E_2 = -\frac{13.6}{2^2}$ eV
$E_1 = -\frac{13.6}{1^2}$ eV

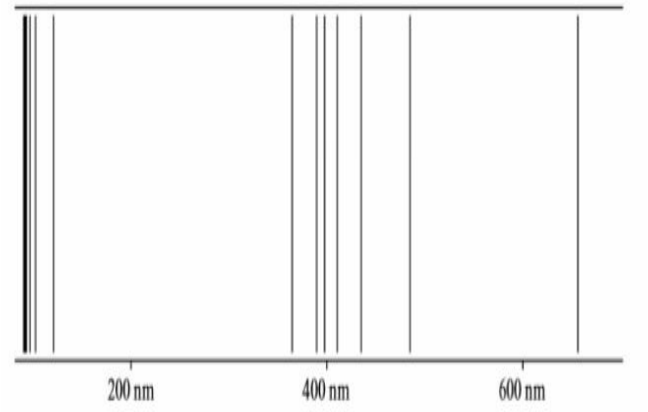
Gli stati legati di un elettrone e un protone possiedono energie quantizzate date dalla relazione seguente:

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$$

dove n è un numero, chiamato **numero quantico principale,** il quale può assumere un infinito numero di valori n=1,2,3…. Lo stato fondamentale dell’atomo di idrogeno ha n=1. Il primo stato eccitato possiede n=2. E così via. Quando l’energia di eccitazione è superiore a 13.6eV, l'elettrone non è più legato al protone; l'atomo viene ionizzato e la sua energia può, teoricamente, assumere qualsiasi valore nel continuo compreso fra E=0 e E=∞. L'esistenza di livelli energetici atomici quantizzati è dimostrata dall'osservazione degli spettri elettromagnetici, in cui linee spettrali più ripide sorgono in corrispondenza di transizioni, dell'atomo stesso, fra due livelli energetici quantizzati. Ad esempio, una transizione fra gli stati dell'atomo di idrogeno caratterizzati rispettivamente da n_i e n_f, porta a una linea spettrale con una lunghezza d'onda λ data da:

$$\frac{hc}{\lambda} = |E_{ni} - E_{nf}|$$

Diamo un occhio ad alcune delle linee spettrali dell'atomo di idrogeno:



La serie di linee nella parte visibile dello spettro elettromagnetico, chiamata “serie di Balmer”, nasce dalle transizioni fra gli stati con numero quantico principale n=3,4,5…. e uno stato con n=2. La serie di linee nell'ultravioletto, chiamata "serie di Lyman", sorge invece dalle transizioni fra stati con numero quantico principale n=2,3… e lo stato fondamentale n=1. I livelli di energia quantizzati degli atomi possono anche essere rilevati tramite processi di scattering. Ad esempio, quando un elettrone passa attraverso vapore di mercurio, esso ha una elevata probabilità di perdere energia quando la sua energia ecceda i 4.2eV, che è esattamente la differenza di energia quantizzata fra lo stato fondamentale e il primo stato eccitato dell'atomo di mercurio. Inoltre, quando ciò si verifica, gli atomi di mercurio eccitati emettono, come conseguenza, fotoni con energia pari a ε=4.2eV e lunghezza d'onda pari a:

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon} = 254nm$$

Tuttavia, i livelli di energia quantizzati non sono la proprietà più straordinaria degli atomi. Gli atomi sono sorprendentemente elastici: nella maggior parte dei casi, infatti, essi non subiscono alcunchè quando collidono con gli atomi vicini, e se vengono eccitati a seguito di tali “incontri ravvicinati”, essi ritornano immediatamente nella loro condizione pura. In aggiunta a ciò, gli atomi dello stesso elemento chimico sono tutti quanti identici fra loro: in qualche modo il numero atomico Z, ovvero il numero di elettroni all’interno dell’atomo, fissa un’identità specifica che è comune a tutti gli atomi che presentano tale stesso numero di elettroni. Infine, sebbene vi sia una grande varietà nelle proprietà chimiche, esiste in natura soltanto una variazione sorprendentemente piccola fra le dimensioni; ad esempio, un atomo di mercurio con 80 elettroni è soltanto tre volte più grande rispetto ad un atomo di idrogeno che ne contiene uno solo di elettrone. Tali eccezionali proprietà, mostrano come gli atomi non siano dei sistemi solari in miniatura in cui elettroni, sotto forma di particelle, tracciano delle orbite classiche e ben definite attorno a un nucleo. Un atomo siffatto sarebbe infatti instabile, perché gli elettroni orbitanti irradierebbero energia elettromagnetica e collasserebbero sul nucleo. Anche in assenza di radiazione elettromagnetica, il pattern di orbite all'interno di un atomo di questo tipo cambierebbe ogni volta che l'atomo stesso collidesse con un qualsiasi altro atomo. Per tale motivo, tale "visione classica" non spiegherebbe il motivo per il quale gli atomi sono stabili, il perché atomi dello stesso elemento chimico sono sempre identici fra loro o , infine, perché gli atomi hanno una sorprendentemente piccola variazione nella dimensione. Difatti, gli atomi possono essere compresi soltanto focalizzandosi sulle proprietà ondulatorie degli elettroni atomici. In qualche modo, gli atomi si comportano come se fossero degli strumenti musicali. Quando la corda di un violino vibra ad una determinata frequenza, essa darà vita a un pattern di onde stazionarie con una forma ben definita. Quando gli elettroni, di natura ondulatoria, con una ben definita energia, sono confinati all'interno di un atomo, anch'essi formeranno un pattern di onde dalla forma ben precisa. Un atomo è elastico per un semplice motivo. Quando viene lasciato solo, esso assume la forma relativa al pattern ondulatorio di un elettrone nello stato di minima energia, e quando un atomo si trova in questo stato di minima energia gli elettroni non hanno tendenza alcuna a irradiare energia oppure a collassare sul nucleo. A ogni modo, gli elettroni atomici possono essere eccitati e assumere le forme dei pattern ondulatori relativi a energie quantizzate di valore più elevato. Una delle caratteristiche più sorprendenti delle "onde elettroniche"(ovvero quelle che rappresentano la natura ondulatoria dei singoli elettroni) all'interno di un atomo è che esse sono "ingarbugliate" in modo tale che è praticamente impossibile riconoscere i singoli elettroni. Come risultato di ciò, i pattern possibili di onde elettroniche sono limitati a quelli compatibili con il cosiddetto "Principio di Esclusione di Pauli". Tali pattern, per un atomo con numero atomico pari a Z, determinano in maniera univoca le proprietà chimiche di tutti gli atomi con tale numero atomico. Arrivati fino a questo punto, possiamo affermare che la natura ondulatoria degli elettroni atomici fornisce una spiegazione naturale delle dimensioni tipiche degli atomi. Dal momento che la lunghezza d'onda di de Broglie di un elettrone dipende dall'ampiezza della costante di Planck e dalla massa dell'elettrone m_e, la dimensione di un atomo costituito da elettroni ondulatori dipenderà anch'essa da h e m_e. Sarà anche naturale aspettarsi una dipendenza dall'intensità della forza che lega un elettrone al proprio nucleo; quest'ultima è proporzionale a $e^2/4\pi\epsilon_0$, dove e è l'intensità di carica portata da un elettrone e un protone. Perciò, l'ordine di grandezza della dimensione atomica ci si aspetta essere una funzione di $e^2/4\pi\varepsilon_0$, m_e e h(o $\hbar=h/2\pi$). Infatti, la naturale unità di lunghezza per la dimensione atomica è il cosiddetto "raggio di Bohr" il quale è dato da:

$$a_0 = \left[\frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\right]\frac{\hbar^2}{m_e} = 0.529 \times 10^{-10} m$$

Data quest'ultima lunghezza naturale, è possibile scrivere una unità naturale per le energie dei legami atomici:

$$E_R = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} = 13.6\ eV$$

È possibile notare come l'energia di legame di uno stato dell'atomo di idrogeno con numero quantico principale n è pari a E_R/n^2. Il raggio di Bohr fu introdotto da Niels Bohr nel 1913 in un articolo che presentava un modello dell'atomo di grande successo. Anche se il modello di Bohr è un ormai sorpassato mix fra fisica classica e postulati ad-hoc, l'idea centrale del modello è tuttora rilevante. Tale idea è che la costante di Planck gioca un ruolo chiave nella meccanica degli elettroni atomici. Bohr espresse la sua idea pressappoco in questo modo: “Il risultato della discussione di tutte queste domande sembra essere la generale consapevolezza riguardo all’inadeguatezza dell’elettrodinamica classica nel descrivere il comportamento di sistemi aventi le dimensioni atomiche. Qualunque sia l’alterazione subita dalle leggi del moto degli elettroni, sembra necessario introdurre all’interno delle leggi in questione una quantità estranea alla elettrodinamica classica; ovvero, la costante di Planck, o come spesso è chiamata, quanto elementare di azione. Introducendo tale quantità, la questione della configurazione stabile degli elettroni all'interno degli atomi è essenzialmente cambiata, dal momento che tale costante ha una dimensione tale e una intensità tale che , insieme alla massa e alla carica delle particelle, può determinare una lunghezza dell'ordine di grandezza richiesto". Dieci anni dopo che ciò fu scritto, si realizzò come la costante di Planck abbia un ruolo cruciale all’interno degli atomi. Essa infatti lega le proprietà particellari e quelle ondulatorie degli elettroni atomici. E tutto ciò è davvero notevole!

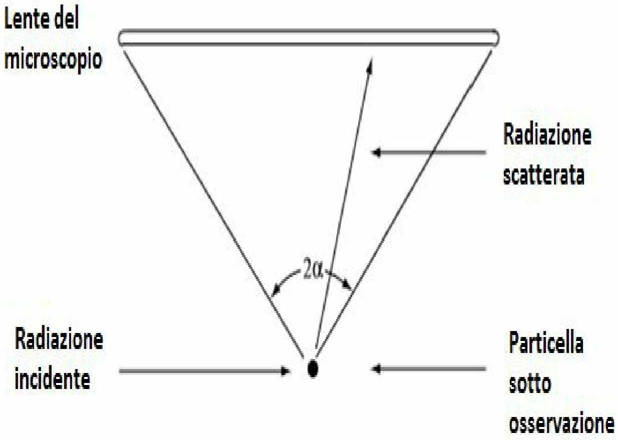
La misurazione

Nella fisica classica, l'atto di misurare qualcosa non influenza minimamente l'oggetto sotto osservazione dal momento che il disturbo associato alla misurazione stessa può essere reso arbitrariamente piccolo e trascurabile. Di conseguenza, le proprietà di un oggetto classico possono essere specificate con precisione e senza il bisogno di riferirsi al particolare processo di misurazione utilizzato.

Questo non è assolutamente il caso della fisica quantistica. In quest'ultima, infatti, la misurazione gioca un ruolo decisamente attivo e disturbativo. A causa di ciò, le particelle quantistiche vengono descritte al meglio in termini di possibili risultati di misurazione. Cercheremo di illustrare il ruolo della misurazione all'interno della meccanica quantistica introducendo il "Principio di Indeterminazione di Heisenberg" e in seguito utilizzando tale stesso principio per mostrare come la misurazione fornisca un ottimo contesto per descrivere le particelle quantistiche sia dal punto visita ondulatorio che particellare.

Il principio di indeterminazione

Stiamo per introdurre il principio di indeterminazione per la posizione e il momento di una particella; e lo faremo, considerando un celebre esperimento mentale, dovuto a Werner Heinseberg, nel quale la posizione di una particella viene misurata utilizzando un microscopio. Tale apparato è conosciuto, non a caso, con il nome di “microscopio di Heisenberg”. L’esperimento prevede che la particella in questione venga illuminata tramite una radiazione luminosa incidente su di essa e che la luce “scatterata” venga raccolta dalla lente di un microscopio. Qualcosa del genere:



A causa delle proprietà ondulatorie della luce, il microscopio possiede un potere di risoluzione spaziale finito. Ciò vuol dire che la posizione della particella osservata possiede un'indeterminazione data approssimativamente da:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha}$$

dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione luminosa e 2α è l'apertura angolare della lente. Si può notare come la risoluzione possa essere migliorata riducendo la lunghezza d'onda della radiazione che illumina la particella; le onde luminose visibili sono meglio delle microonde , e i raggi X meglio ancora della luce visibile, a tal proposito. A ogni modo, a causa delle proprietà particellari della luce, il processo di osservazione coinvolge innumerevoli collisioni fra fotoni(sotto forma di particelle), con i fotoni scatterati che penetrano nella lente del microscopio. Per farlo(ovvero perché un fotone riesca ad entrare nella lente) , un fotone scatterato con lunghezza d'onda λ e momento h/λ deve possedere un momento laterale compreso fra:

$$-\frac{h}{\lambda}\sin\alpha \quad e \quad +\frac{h}{\lambda}\sin\alpha$$

Per tale motivo, il momento laterale del fotone scatterato è incerto di un grado pari a:

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda}\sin\alpha$$

Il momento laterale della particella osservata possiede una simile indeterminazione, dato che il momento si conserva quanto il fotone viene deviato. Si può notare come è possibile ridurre l'indeterminazione sul momento della particella osservata aumentando la lunghezza d'onda della radiazione tramite cui si illumina la particella stessa. Tuttavia ciò risulterebbe in una risoluzione spaziale del microscopio più povera e quindi in una crescita dell'incertezza nella posizione della particella. In definitiva, combinando le due equazioni:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha}$$

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$$

avremo che le incertezze rispettivamente nella posizione e nel momento della particella osservata, sono approssimativamente legate dalla seguente relazione:

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

Tale risultato è definito "Principio di indeterminazione di Heisenberg". Esso in pratica afferma che è possibile una migliore accuratezza nella posizione a spese di una maggiore incertezza sul momento, e viceversa ovviamente. Più precisamente il principio afferma che le incertezze fondamentali legate alla simultanea conoscenza di posizione e momento di una particella, obbediscono alla seguente disuguaglianza:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad dove\, \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Il principio di indeterminazione di Heisenberg suggerisce che, una precisa determinazione della posizione, ovvero una $\Delta x=0$, è possibile soltanto a spese di una completa indeterminazione sul momento . Infatti, un'analisi dell'esperimento precedente che coinvolgeva il microscopio, la quale tiene in considerazione l'effetto Compton, mostra come una determinazione totalmente precisa della posizione sia impossibile. In accordo all'effetto Compton, analizzato in precedenza, la lunghezza d'onda di un fotone scatterato viene accresciuta di una quantità pari a:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

dove m è la massa della particella osservata e θ è l'angolo di scattering che porta il fotone a raggiungere la lente del microscopio. Ciò implica che, anche se illuminassimo la particella con una radiazione di lunghezza d'onda pari a zero per ottenere la migliore risoluzione spaziale, la radiazione che entrerebbe nella lente del microscopio avrebbe una lunghezza d'onda dell'ordine di h/mc. Di conseguenza, la risoluzione potrebbe al massimo essere pari a:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha} \sim \frac{h}{mc \sin \alpha}$$

Il che significa che la minima indeterminazione sulla posizione di una particella osservata di massa m è dell'ordine di h/mc. Tale analisi dell'esperimento con il "microscopio di Heisenberg" ha illustrato il ruolo che gioca la costante di Planck all'interno di una misurazione. Ovvero, le incertezze minime nella posizione e momento di una particella sotto osservazione sono legate dalla relazione

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

Inoltre, la minima indeterminazione sulla posizione non è pari a zero, bensì è dell’ordine di h/mc. Ciascuno di noi dovrebbe resistere alla tentazione di credere che una particella possa realmente avere una posizione e un momento definiti. Questi ultimi, infatti, a causa della goffa natura dell’osservazione, non possono essere misurati. Non esiste alcuna evidenza riguardo all’esistenza di particelle con una posizione e un momento ben definiti.

Tale concetto è soltanto un’idealizzazione inosservabile, oppure è una semplice invenzione frutto della fervida immaginazione dei fisici classici. Il principio di indeterminazione di Heisenberg può essere considerato come un segnale di pericolo che ci dice quanto lontano riusciremmo ad andare utilizzando i concetti classici di posizione e momento, prima di incontrare seri problemi con la realtà delle cose e dei fatti.

Misurazione e dualismo onda-particella

Riassumendo , mentre è possibile osservare le proprietà particellari di una particella quantistica nel momento in cui si cerchi di rilevarla, è invece soltanto possibile dedurre le sue proprietà ondulatorie a partire dalla natura casuale delle sue proprietà particellari osservate. Ad esempio, durante l'esperimento delle due fenditure, le proprietà particellari vengono osservate quando la posizione di una particella quantistica venga misurata sullo schermo. Tuttavia, il passaggio "ondulatorio" della particella quantistica attraverso entrambe le fenditure non viene osservato. Esso infatti viene dedotto da un pattern di arrivi sullo schermo, il quale potrebbe sorgere soltanto dall'interferenza di due disturbi di natura ondulatoria attraverso le due fenditure. A ogni modo, le proprietà dedotte di una particella quantistica dipendono dall'esperimento e dalle misurazioni che vengono portate avanti durante l'esperimento stesso. Chiaramente, le particelle di cui stiamo parlando non sono le particelle classiche che passano necessariamente attraverso una fenditura oppure attraverso l'altra; non si tratta neppure di onde classiche che passano attraverso entrambe le fenditure contemporaneamente. Stiamo parlando di particelle quantistiche, le quali hanno la capacità di comportarsi in entrambi questi modi. Ma soltanto uno di essi può essere dedotto all'interno di un particolare arrangiamento sperimentale. L'implicazione più importante di tutta quanta questa discussione riguardo alla misurazione è che la meccanica quantistica descrive soltanto ciò che possiamo conoscere riguardo al mondo. E, dal momento che non è possibile conoscere con precisione posizione e momento di un elettrone, non possiamo descrivere con precisione un mondo in cui un elettrone abbia sia una posizione che un momento precisi. Tale discorso non è ristretto alla misurazione di posizione e momento di una singola particella. Esso si applica anche ad altre proprietà osservabili di una particella quantistica e persino a sistemi di particelle quantistiche. Abbiamo visto come la teoria delle particelle quantistiche fornisca un modo per trattare le proprietà particellari e ondulatorie di una particella e, nel fare ciò, coinvolga la costante che lega tali proprietà. La costante di Planck. Essa è il tramite, la via che bisogna percorrere per arrivare alla conoscenza del mondo. Lo sviluppo richiederà necessariamente l'adozione di concetti matematici astratti, impalpabili, ma vi assicuro che i risultati non lo sono perché si limitano a descrivere ciò che noi, in fondo, abbiamo imparato a conoscere del nostro amato mondo!

LIBRO 5

Relatività ristretta

Brevi lezioni per cominciare


Giovanni Liveri
Relatività ristretta
Brevi lezioni per cominciare

Sommario

Newton aveva ragione!

Lezione 1

Introduzione

La teoria della Relatività ristretta di Einstein rappresenta uno dei raggiungimenti scientifici più straordinari degli ultimi secoli, per non dire dell'intera storia dell'umanità. Comprenderla, molto spesso implica una vera e propria sfida nei confronti di quanto risulterebbe altrimenti ovvio e scontato in condizioni "classiche" di accadimento. È per tale motivo che, all'interno di questo libro, verranno presentati dieci straordinari aspetti fisici di tale teoria. Informazioni che, ad ogni modo, non è possibile definire “dati di fatto”, perché ogni cosa in fisica potrebbe essere un giorno smentita. C’è da dire , però, che la teoria della Relatività ristretta è stata ad oggi testata in migliaia di modi, e tutte le volte è rimasta elegantemente sul pezzo. La teoria fornisce diversi spettacolari punti di riflessione, come ad esempio l’affermazione che materia ed energia possano essere convertiti l’una nell’altra, come descritto dalla, probabilmente, più celebre equazione fisica di tutti i tempi:

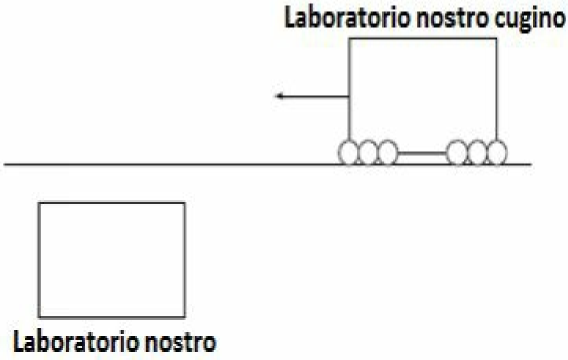
$$E = mc^2$$

Sarà altresì possibile realizzare come il tempo si dilati e la lunghezza si restringa in corrispondenza di velocità prossime a quella della luce. In definitiva, dopo aver letto e digerito il pensiero di Einstein, le vostre idee di tempo e spazio non potranno più essere quelle di una volta!

Lezione 2

La Natura non riserva trattamenti preferenziali!

Einstein affermò tanto tempo fa che le leggi della fisica fossero esattamente le stesse per ogni sistema di riferimento inerziale. All'interno di un sistema di riferimento inerziale, qualora la forza netta applicata su un oggetto sia pari a zero, l'oggetto stesso rimarrebbe fermo o si muoverebbe con una rapidità costante. Non esisterebbero altre alternative. In altri termini, un sistema di riferimento inerziale è un sistema di riferimento con accelerazione pari a zero. Semplicemente si applica la Legge di Newton per l'inerzia: ovvero un corpo a riposo rimane a riposo, oppure un corpo che si muova di moto costante continuerebbe a farlo. Semplici esempi di sistemi di riferimento non inerziali possono essere i sistemi che ruotano, i quali possiedono quindi un'accelerazione centripeta netta, o in generale i sistemi dotati di accelerazione. Ciò che essenzialmente affermò Einstein fu che un sistema di riferimento inerziale è tanto buono quanto ogni altro quando si stia parlando di leggi della fisica. La Natura non riserva trattamenti preferenziali fra i sistemi di riferimento. Ad esempio, ipotizziamo di trovarci all'interno di un laboratorio e di star effettuando degli esperimenti scientifici. Contemporaneamente, immaginiamo che un nostro caro cugino si trovi all'interno di un laboratorio mobile, che in effetti si sta muovendo, e che stia portando avanti i medesimi nostri esperimenti. Insomma , qualcosa del genere:



Nessuno dei due, noi e nostro cugino, potrà notare alcuna differenza nelle leggi della fisica. Nessun esperimento ci permetterà di distinguere fra un sistema di riferimento inerziale a riposo e uno che si stia muovendo.

Lezione 3

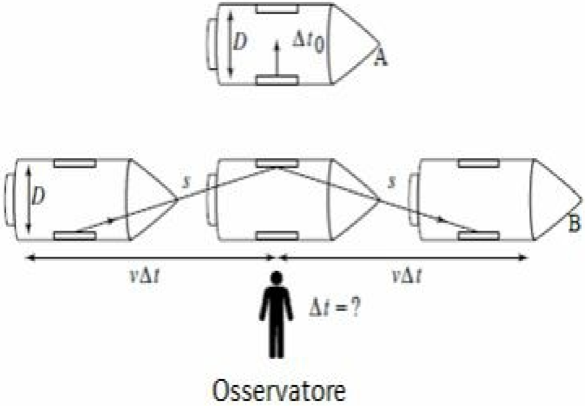
La velocità della luce è costante.

Confrontare delle velocità mentre si è in movimento, è già enormemente arduo quando ad esempio ci si trovi in macchina e si stia sfrecciando in autostrada. Proviamo un poco ad immaginare quanto difficile possa diventare quando ci si cali in un contesto di oggetti che si muovano alla velocità della luce. Per la maggior parte delle persone, il fatto che la velocità della luce sia costante, indipendentemente da quanto velocemente stia procedendo chi la stia misurando, è un qualcosa di realmente inatteso. Immaginiamo, ad esempio, che sempre il nostro ipotetico caro cugino, il quale viaggia a bordo di una comoda utilitaria, finisca di sorseggiare il suo drink e getti, sconsideratamente, il calice da cui ha bevuto fuori dal finestrino nella nostra direzione. Il calice potrebbe non star viaggiando così rapidamente rispetto al nostro ipotetico cugino, diciamo ad esempio a 5m/s, ma qualora il sistema di riferimento inerziale di nostro cugino si stia muovendo, rispetto a noi, con una rapidità di 30m/s, il calice ci colpirà in faccia con tale ultima ulteriore rapidità aggiunta: ovvero 35m/s. Ciononostante, la luce ci investirà sempre e comunque ad una rapidità di circa 299,792,458 m/s.

Lezione 4

Il tempo si contrae ad elevate velocità.

Immaginiamo di star fissando un bel cielo stellato e di scorgere un razzo sfrecciare in mezzo al cielo immenso. La teoria della Relatività ristretta di Einstein afferma che il tempo misurato da un osservatore, con i piedi ben saldi a Terra, per eventi che accadono a bordo del nostro ipotetico razzo è maggiore di quello misurato da un eventuale astronauta, ovviamente a bordo del razzo stesso. In altri termini, il tempo si dilata, ovvero si "espande", considerato dal punto di vista di noi semplici osservatori con i piedi ben adesi al suolo terrestre. Per capire come tutto ciò funzioni, osserviamo la seguente figura:



Nel diagramma A consideriamo che sia presente a bordo del razzo un aggeggio speciale in grado di far rimbalzare un raggio di luce avanti e indietro fra una coppia di specchi montati sulle pareti opposte del razzo ad una distanza D l'uno dall'altro. L'astronauta sarà in grado di misurare i vari intervalli di tempo sulla base di quanto impieghi la luce ad andare avanti e indietro fra gli specchi. Dal punto di vista di un eventuale osservatore posto sulla superficie terreste, invece, il tempo apparirà differente. L'osservatore vedrà il razzo sfrecciare via nel cielo, cosicchè il raggio di luce dovrà non solo coprire la distanza esistente fra i due specchi , ma altresì tener conto della distanza che il razzo avrà nel frattempo coperto orizzontalmente.

Lezione 5

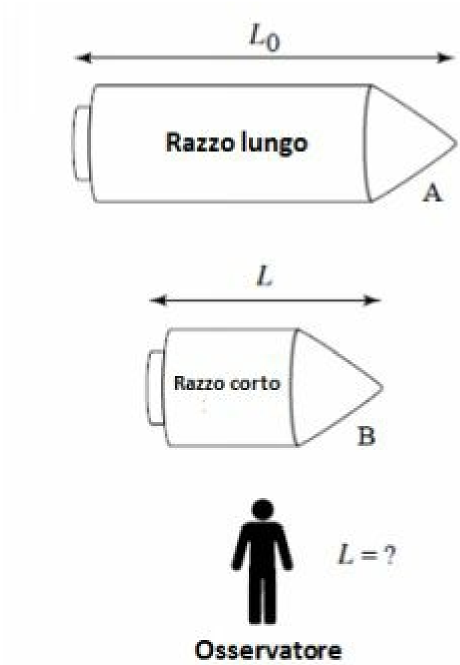
I viaggi nello spazio rallentano l'invecchiamento!

Vi suggerisco di non andare immediatamente a spifferarlo nell'orecchio di qualche vostra zia avanti con l'età ed ossessionata dalla forma fisica e dall'aspetto estetico, ma è assolutamente tutto vero. Qualora aveste la possibilità di viaggiare nello spazio, potreste invecchiare meno di un vostro coetaneo che viva sulla Terra. Ad esempio, immaginiamo di star osservando un astronauta che si stia muovendo ad una rapidità di 0.99c, dove c ovviamente è pari alla rapidità della luce. Per l'astronauta ipotizziamo che i ticchettii sull'orologio durino 1 secondo. Ebbene, per ogni secondo trascorso a bordo del razzo, in accordo con quanto misurato dall'astronauta, noi, sulla Terra, misureremmo 7.09 secondi. Ciò accadrebbe anche a velocità inferiori rispetto a quella ipotizzata precedentemente, ad esempio quando un nostro ipotetico amico, a bordo di un jet, stesse decollando a circa 230 m/s. La rapidità dell’aereo è enormemente inferiore rispetto a quella della luce, perciò in realtà non si riuscirebbe a notare tali effetti relativistici, per quanto esistenti. Giusto per intenderci, ci vorrebbero 100,000 anni di viaggio del jet per creare una differenza temporale pari a 1 secondo fra il nostro orologio e quello del nostro amico amante del volo! Soltanto a titolo informativo, sappiate che i fisici hanno in realtà condotto tale esperimento con dei jet e degli orologi atomici al cesio super sensibili, in grado di misurare differenze temporali fino a $1x10^{-9}$ secondi. E sapete come è andata a finire? Ve lo dico io. Tutti quanti i risultati sono stati in accordo con quanto previsto dalla teoria della relatività ristretta di Einstein!

Lezione 6

Le lunghezze si accorciano alle alte velocità.

La lunghezza di un razzo su cui stia viaggiando un astronauta risulta essere differente se si considerano le misurazioni effettuate dall'astronauta stesso oppure quelle effettuate dalla superficie terrestre. Proviamo a dare un'occhiata alla figura seguente per capire come tutto ciò funzioni:



La lunghezza di un oggetto L_0, misurata da una persona a riposo rispetto all’oggetto stesso, risulterà essere pari a L, lunghezza inferiore rispetto ad L_0, se misurata da una persona che si muova con rapidità v sempre rispetto all’oggetto stesso. In altre parole, l’oggetto risulterà essersi accorciato! È da notare come tale restringimento abbia luogo soltanto lungo la direzione del moto. Infatti, come si può vedere dalla figura, il razzo sembra contrarsi, lungo la direzione del moto, all’atto di una eventuale misurazione da parte di un osservatore sulla Terra(figura B), ma non qualora si consideri il punto di vista dell’astronauta.

Lezione 7

Materia ed energia sono equivalenti:

$E=mc^2$

Senza dubbio, il contributo più famoso, lasciatoci in eredità da Einstein, è rappresentato dalla celebre relazione di equivalenza fra materia ed energia: vale a dire una perdita o un guadagno in massa può anche essere considerato come una perdita o un guadagno in energia. Il risultato cui giunse in realtà Einstein fu il seguente:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Come caso speciale di tale relazione, si può considerare che l'oggetto che si voglia convertire in energia si trovi a riposo, ovvero che v=0 nella formula. In tal caso(e sottolineo **soltanto** in tal caso), troveremmo che $E=mc^2$. Okay d'accordo, di certo vi eravate già imbattuti nella famosa relazione di Einstein, ma adesso è arrivato il momento di domandarci cosa voglia dire tutto ciò. È quasi possibile pensare alla massa come energia “condensata”, e tale formula, in definitiva, fornisce il fattore di conversione fra chilogrammi e Joules, pari a c^2, ovvero la rapidità della luce elevata al quadrato.

Lezione 8

Materia + Antimateria: un Boom assicurato!

È possibile ottenere una completa conversione della massa in energia soltanto in presenza di materia e antimateria. L' **Antimateria** è esattamente uguale alla materia standard , ma possiede un qualcosa di invertito rispetto a quest'ultima. All'interno degli atomi dell'antimateria, anziché avere gli elettroni, troveremo i positroni, ovviamente caricati positivamente.

Inoltre, al posto dei protoni caricati positivamente, ci saranno degli antiprotoni caricati negativamente. I patiti di fantascienza, potranno ben ricordare come l'antimateria fosse la forza che guidava i motori della famosa navicella spaziale "Enterprise" nel film Star Trek. Ma la cosa strana è che l'antimateria esiste sul serio. Gli scienziati sono infatti in grado di localizzarla nell'Universo e persino di riprodurla in laboratorio, utilizzando degli acceleratori di particelle ad elevata energia. Quando un elettrone standard e un positrone(l'antimateria dell'elettrone) si combinano, alla fine entrambi verranno , interamente(al 100%), convertiti in energia. E cosa accade a tale energia? Essa potrà strisciar via sotto forma di fotoni ad elevata potenza, oppure potrà portare alla produzione di altre particelle, ancora più strane!

Lezione 9

Il Sole sta pian piano perdendo massa!

La maggior parte dell’energia che riceviamo dal Sole, proviene dalla **fusione**, ovvero l’unione di nuclei atomici con altri nuclei. Il Sole dà via un sacco di luce ogni secondo che passa, ed è questa la ragione per cui pian piano sta perdendo massa. Ad ogni modo, c’è davvero poco da preoccuparsi. La massa del Sole è enorme, e il Sole stesso non arderà definitivamente della propria famelica fiamma. Per lo meno, non lo farà così tanto presto da essere noi stessi gli sfortunati spettatori di tale tragico epilogo!

Lezione 10

Non si può superare la velocità della luce!

È impossibile andare ad una rapidità superiore a quella della luce. Il che è la ragione per cui “c” è sempre la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali, anche se la luce che ci sta investendo proviene da una sorgente che si stia muovendo verso di noi a velocità costante. Ecco cosa dice la teoria della relatività ristretta riguardo all’energia totale di un oggetto:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Per un oggetto a riposo $E_{riposo}=mc^2$. Per cui, l'energia cinetica relativista di un oggetto dotato di massa m sarà pari a:

$$E_c = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$$

Da notare come, man mano che la velocità dell'oggetto aumenta, il termine racchiuso fra parentesi diventa sempre più grande, tendendo vertiginosamente all'infinito. Per cui, man mano che la rapidità dell'oggetto si avvicina infinitesimamente a quella della luce, c, l'energia cinetica dell'oggetto stesso diventa quasi infinita. Sebbene ciò sia un risultato di un certo effetto per le navicelle spaziali (o razzi che dir si voglia), l'unico vero significato è che non è possibile avvicinarsi così tanto o perfino superare l'invalicabile frontiera della velocità della luce. Almeno secondo la teoria della relatività ristretta!

Lezione 11

Newton aveva ragione!

Dopo tutta quanta la discussione incentrata sulle fantastiche idee di Einstein, dove , l'intera comunità fisica mondiale, ha abbandonato il povero vecchio e saggio Newton? Cosa ne è stato delle sue vecchie e utili equazioni riguardo a momento ed energia cinetica? Ebbene, tali equazioni rimangono ancora valide, ma soltanto per le basse rapidità. Ad esempio, diamo una veloce occhiata all'equazione relativistica per il momento:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dove ovviamente p è il momento, m la massa e v la rapidità dell'oggetto. Isoliamo il solo seguente termine della precedente equazione:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Tale termine comincia a fare la differenza soltanto quando ci si avvicini alla rapidità della luce. Basti pensare che, persino arrivando a rapidità dell'ordine di 4.2 x10^7 m/s, le quali sarebbero parse enormemente giganti ai tempi di Newton, tale fattore cambierebbe l'intero valore dell'equazione di un misero 1 percento. A basse rapidità, dunque, è possibile trascurare il fattore relativistico e ottenere:

$$p = mv$$

Newton sarebbe davvero molto felice di tale risultato. Mettiamo ora sotto la lente di ingrandimento l'equazione per l'energia cinetica. In termini relativistici avremo:

$$E_c = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$$

Diamo un'occhiata al solito termine:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

È possibile espandere quest'ultimo utilizzando il teorema binomiale(spolverate le vecchie lezioni di algebra!):

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1v^2}{2c^2} + \frac{3}{8}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2 + \dots$$

Quando il termine $\frac{v^2}{c^2}$ è molto minore di 1, l'equazione sopra riportata si riduce a quanto segue:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1v^2}{2c^2}$$

Sostituendo tale termine all'interno dell'equazione dell'energia cinetica relativistica, provate un po' a indovinare cosa verrebbe fuori? Ma certo. Verrebbe fuori la nostra saggia, vecchia non relativistica versione dell’equazione:

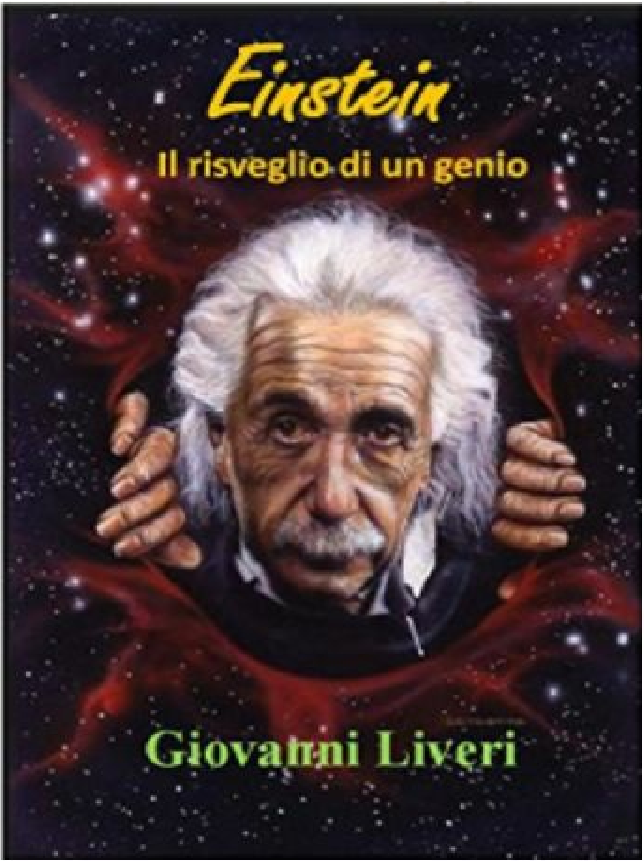
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Tutto questo per dire che Newton non è stato messo in disparte, in mezzo ai cumuli di polvere, quando si è deciso di discutere di relatività. La meccanica Newtoniana continua ancora ad essere valida fintantochè le rapidità coinvolte siano significativamente inferiori rispetto a quella della luce, c. Gli effetti relativistici si comincerebbero a notare a partire da rapidità pari a circa il 10% di c. Il che , probabilmente, è il motivo per cui Newton non ebbe mai modo di notarli!

LIBRO 6

Einstein

Il risveglio di un genio


Einstein
Il risveglio di un genio
Giovanni Liveri

Sommario

Lezione 1

Introduzione

Qualora non conosciate molto riguardo alla controversa e affascinante figura di Einstein, questo libro vi fornirà una panoramica su ciò che è stato e ciò che è riuscito ad ottenere durante la sua memorabile e interessantissima vita. Scopriremo la vita di Einstein come quella di un giovane ragazzo cresciuto in Germania, di un libero pensatore che si manteneva da solo gli studi, di uno studente universitario alquanto ribelle e con non pochi problemi con i professori. Verrà inoltre presentata l’incredibile esplosione di idee ottenuta durante il suo anno miracoloso, anno durante il quale fece la maggior parte delle scoperte che hanno cambiato la fisica per sempre.

Lezione 2

Chi era Einstein?

Poco più di un secolo fa, uno sconosciuto funzionario che prestava servizio in Svizzera, decise che le teorie esistenti nel campo della fisica non fossero abbastanza corrette e che fosse giunto il momento di aggiustarle. Ciò che fece questo ragazzo fu talmente notevole che il famosissimo giornale "Time" lo giudicò essere la persona più importante dell'intero ventesimo secolo, precedendo re, regine, presidenti, artisti, star del cinema, leader religiosi. Chi era in realtà Einstein e cosa fece di tanto importante da rimanere impresso nelle pagine di storia passate, presenti e future? Cerchiamo di scoprirlo nelle pagine a venire.

Lezione 3

Sezionare quel famoso cervello!

Subito dopo averlo dato alla luce, nel 1879, la madre di Albert Einstein pensò, per un qualche istante, che si trattasse di un mostro. Il bambino appena nato possedeva una testa dalla strana forma e letteralmente enorme. Il dottore placò immediatamente ogni timore della signora, spiegandole come fosse abbastanza comune imbattersi in un capo deforme immediatamente dopo la nascita e che le dimensioni del capo di suo figlio sarebbero divenute normali in poco tempo. E il dottore aveva decisamente ragione riguardo alle dimensioni: nel giro di qualche settimana tutto quanto divenne proporzionato. Tutto quanto a parte la dimensione angolare del suo capo, che rimase notevole per il resto della sua vita! La dimensione inusuale della testa di Einstein non lo rese diverso da tutti gli altri bambini. Assolutamente. Fu invece il suo straordinario cervello a farlo! Il modo in cui il suo cervello funzionava era tutto fuorchè ordinario.

Per l'intero periodo di tempo in cui Einstein fu in vita, molte persone si domandarono se il suo cervello fosse differente da quello di tutti gli altri. Cosicchè Einstein fece in modo che, dopo la sua morte, il proprio cervello fosse reso disponibile a fini di ricerca. E quando Einstein morì, nel 1955, il patologo Thomas Harvey ne preservò il cervello per, successivamente, eseguirne degli studi approfonditi su differenti campioni di tessuto. Harvey non notò niente che fosse fuori dall'ordinario. Ad ogni modo, nel 1999, Sandra Witelson dell'università di McMaster in Canada scoprì come il cervello di Einstein in realtà mancasse di una specifica grinza comune alla maggior parte dei cervelli umani. Tale grinza si trova nella regione del cervello legata al pensiero matematico e all'immaginazione visionaria. Quindi, Einstein era apparentemente meglio equipaggiato, riguardo a matematica e pensiero astratto , rispetto a tanta altra gente, pur essendo molto probabile che anche altre persone possedessero abilità innate simili. La forma del suo cervello, da sola, non può aiutare a spiegare il genio di Einstein. L’ambiente in cui crebbe , quasi sicuramente, giocò un ruolo cruciale.

Lezione 4

Riconoscere i propri doni!

Come accennato in precedenza, Einstein crebbe come un bambino quasi del tutto normale. Non si trattava affatto di un ragazzino prodigio. Fu invece uno studente dotato e decisamente indipendente. Non amava assolutamente i rigidi metodi di insegnamento delle scuole tedesche che frequentò, il che creò non pochi attriti con i propri insegnanti. La sua indipendenza si trasformò , ben presto, in ribellione adolescenziale durante i suoi studi superiori e universitari. Molti insegnanti e professori continuarono a ripetergli che non avrebbe mai combinato nulla di buono nella sua vita. Einstein sapeva bene di essere molto più intelligente della media e , durante gli studi universitari, divenne arrogante e spavaldo. Soltanto un paio di insegnanti delle scuole superiori e professori universitari si accorsero di quanto fosse in realtà brillante. Ma, come accadde per tanti grandi uomini e donne della storia dell'umanità, nessuno fra loro avrebbe mai potuto prevedere cosa questo ragazzino sarebbe potuto diventare. Durante il periodo universitario, Einstein visse la propria vita come quella di un normale studente Europeo del tardo 1800, uscendo con gli amici e frequentando vari locali(alcune cose non possono cambiare, perfino per i geni!). Fu molto popolare fra le donne, le quali lo trovavano bello e affascinante. Si divertiva a stare in loro "compagnia", cosa che gli creò non pochi problemi nella vita, soprattutto una volta che decise di sposarsi!

Lezione 5

Sopravvivere alle delusioni professionali!

“Un uomo felice è troppo comodo a crogiolarsi del proprio presente per preoccuparsi più di tanto del proprio futuro” , scrisse Einstein su un quaderno di francese, durante i suoi studi superiori. “Qualora fossi sufficientemente fortunato a passare i test di ammissione all’università”, continuò sempre in un francese molto scarso, “ frequenterei il Politecnico per studiare matematica e fisica. Immagino me stesso, in futuro, come un insegnante in tali due branche della scienza.” Questo è quanto scriveva nel periodo dei suoi studi superiori. Quando Einstein si laureò in fisica, presso il Politecnico di Zurigo, aveva nel frattempo cambiato un tantino idea in merito. Voleva ancora diventare un professore universitario. Tuttavia , uno dei professori con cui si scontrò durante i suoi studi al Politecnico, fece in modo che ogni porta accademica rimanesse chiusa per il giovane Einstein. Così, invece di diventare un professore, si trasformò in un semplice impiegato presso un ufficio brevetti svizzero. A partire da questa posizione, solo e isolato da tutto il mondo accademico, irruppe nel mondo della fisica e lo cambiò per sempre. E lo fece praticamente in un solo anno. Quest'ultimo, il 1905, divenne in seguito famoso come **l'anno dei miracoli**.

Lezione 6

Diventare famoso.

La pubblicazione della teoria della relatività speciale(o ristretta che dir si voglia), della celebre formula $E=mc^2$, e specialmente della teoria della relatività generale, rese Einstein letteralmente famosissimo. Einstein divenne un'icona mondiale. Basti pensare che, ancora oggi, quando venga richiesto alla gente di immaginare uno scienziato, il pensiero dei più è rivolto a lui. Persino ad Hollywood, il ritratto del tipico scienziato assume le sembianze di un uomo di mezza età, che indossa di solito un camice da laboratorio, con i capelli arruffati, indifferente al suo vestiario, e totalmente assorto nel lavoro che sta portando avanti. Vi starete chiedendo se tale stereotipo rifletta del tutto l'Einstein-modello. Quasi. Einstein non ha mai indossato un camice da laboratorio! Egli fu un fisico teorico, il che significa che aveva bisogno soltanto di una penna e di un pezzo di carta, e ovviamente della sua mente, per svolgere la sua mansione. La fama rese

Einstein molto più dolce e pastoso. Era ben consapevole del suo status di più grande scienziato al mondo. Ciononostante non cominciò mai a tirarsela. La maggior parte delle persone che ebbe modo di conoscerlo e incontrarlo raccontò sempre di una persona gentile e piacevole. L'arroganza della sua gioventù era ormai enormemente distante dal nuovo Einstein e chiunque abbia avuto la fortuna di incontrarlo testimoniò, in ogni modo, di una persona estremamente gentile e perfettamente in grado di mettere a proprio agio ogni suo interlocutore. Persino gente del suo stesso calibro e della sua stessa caratura scientifica, come Niels Bohr e Wolfgang Pauli, era in evidente stato di soggezione di fronte a lui. Nel tardo 1940, Abraham Pais, allora giovane fisico presso l'Istituto per gli studi avanzati di Princeton, New Jersey,(dove Einstein lavorò dopo essere immigrato negli Stati Uniti), notò un plateale differente atteggiamento di Bohr e Pauli ogni qualvolta Einstein si trovasse nei loro paraggi.

Lezione 7

Scarsa fortuna!

L’enorme fama di Einstein non coincise affatto con un’eguale quantità di salute e benessere. Egli non fu mai troppo interessato alle cose materiali, ma piuttosto nutrì un amore incondizionato per musica e navigazione. Persino nel 1922, Einstein non era ancora in grado di raccogliere il denaro sufficiente ad acquistare un cottage sull’acqua, vicino Berlino, e una barca a vela. Con il suo stipendio da professore presso l’università di Berlino, non sarebbe stato in grado di permettersi tali lussi. Alla fine decise di prendere in affitto una piccola casa in campagna. Per il suo cinquantesimo compleanno, un gruppo di suoi amici regalò ad Einstein una fantastica barca in mogano da 21 piedi. Ma, sfortunatamente, Einstein potè godere della navigazione a bordo di essa soltanto per una manciata di anni. Le minacce della Germania nazista, lo costrinsero ad abbandonare l’Europa per recarsi negli Stati Uniti nel 1933. La sua amatissima imbarcazione venne confiscata dal regime nazista in qualità di proprietà di un nemico dello stato. Einstein vinse il premio Nobel per la fisica nel 1922. Il premio ovviamente portò con sé una gran quantità di denaro, gran parte del quale venne destinato dallo scienziato alla sua ex moglie per la cura dei loro figli. Uno volta giunto negli Stati Uniti, la fortuna di Einstein crebbe ulteriormente. Il suo stipendio di partenza presso l'Istituto per gli studi avanzati fu di 16,000 $ l'anno, circa il doppio rispetto a quello di un professore ordinario di quei tempi. Giusto per riderci un tantino sopra, dal momento che anche altri riconosciuti scienziati prendevano cifre simili, qualcuno ebbe modo di commentare, in maniera molto sarcastica, che l'Istituto non fosse per gli studi avanzati, bensì per gli elevati salari. Ad ogni modo, lo stile di vita di Einstein continuò ad essere modesto. La sua abitazione al 112 di Mercer Street a Princeton era una casa media immersa in un vicinato di media classe.

Lezione 8

Portare avanti una politica pacifica.

Einstein utilizzò la sua enorme fame per sponsorizzare cause politiche che aveva particolarmente a cuore. “Il mio ideale politico è la democrazia. Bisogna fare in modo che ciascuna persona venga rispettata come singolo individuo e che nessun uomo venga idolatrato”, scrisse nel 1931. “È soltanto ironia della sorte che io sia stato il destinatario di così tanta ammirazione… senza averne colpa o merito alcuno!”. Le sue due preoccupazioni principali furono il pacifismo e la creazione di un governo mondiale che riuscisse a imporre il disarmo. Per lungo tempo giurò che non avrebbe mai supportato attività belliche. Tuttavia, l'ascesa della Germania nazista cambiò leggermente le sue prospettive, e divenne ciò che viene definito un "attivista militante". Sebbene Einstein non giocò mai un ruolo diretto nello sviluppo della bomba atomica, la sua celebre equazione $E=mc^2$, spalancò le porte alla sua creazione(anche se non si trattò di un tramite diretto). Per tale motivo Einstein incoraggiò il governo degli Stati Uniti d'America a perseguire un'arma atomica senza avere il minimo timore che i nazisti potessero fare esattamente la stessa cosa. Einstein inviò una famosa lettera al presidente Franklin Delano Roosevelt nel 1939, portando alla sua attenzione la minaccia di una bomba atomica nazista. La lettera alla fine non indusse allo sviluppo della bomba stessa ma, ciononostante, Einstein lo definì in seguito "l'errore più grande della sua vita".

Lezione 9

Lavoro e musica.

Einstein possedeva un’abilità fuori dal comune di continuare a lavorare anche nel bel mezzo di vere e proprie tragedie personali. Persino da bambino, si dimostrò sempre un tantino freddo nei confronti di tutto ciò che gli accadesse intorno. Tuttavia non era distaccato o incapace di intrattenere relazioni personali. Era soltanto che, per lui, lavoro e pensiero venivano sempre prima di ogni altra cosa. ”Niente di tragico riesce in realtà a smuoverlo ”, scrisse la sua seconda moglie, Elsa, dopo la morte di sua figlia(la figliastra di Einstein).”Lui si trova nella felice posizione di essere in grado di rimescolare il tutto ed espellerlo semplicemente. Questo è anche il motivo per cui riesce a continuare a lavorare così bene”. Mentre Einstein stava crescendo, sua madre si assicurò che lui e sua sorella, Maja, fossero esposti al mondo della musica. Einstein prese lezioni di violino e più tardi imparò a suonare il pianoforte da solo. La musica divenne pian piano l’amore della sua vita. Egli adorava Mozart, Schubert, Bach, Beethoven, Vivaldi, Corelli e Scarlatti. Einstein inoltre apprezzava l’arte, preferendo di gran lunga i vecchi maestri. Egli pensava che fossero più “convincenti”. Fra i maestri moderni, egli si interessò al periodo pre-cubista di Picasso(il periodo intorno al 1905, durante il quale la tavolozza di Picasso cominciò a illuminare i dintorni, con ritratti di clown e arlecchini). Nonostante due matrimoni falliti e il nazismo che prese piede in tutta la sua terra, Einstein visse una vita generalmente felice. Per la gran parte, la sua vita fu piena del proprio lavoro, e il suo lavoro fu tanto significativo quanto quello di Isaac Newton. Questi due straordinari uomini, probabilmente non hanno avuto eguali nell’intera storia della scienza

.

Lezione 10

Apprezzare i suoi meriti!

Il matematico del diciottesimo secolo, Joseph Louis Lagrange, una volta si lamentò del fatto che ci fosse un solo universo e che Newton avesse già scoperto come funzionasse. Il grande merito di Einstein fu quello di provare che Lagrange(e tanti altri scienziati che, come lui, pensavano che il mondo della fisica fosse essenzialmente completo) avesse torto. Einstein mostrò al mondo intero come le leggi di Newton non raccontassero la storia intera e procedette a dirci come in realtà il mondo funzionasse.

Lezione 11

La teoria speciale della relatività!

L’universo di Newton funziona come un sistema a orologeria, seguendo docilmente e in maniera fedele le leggi che Newton stesso ha scoperto. In quest’ultimo universo, gli orologi vanno alla stessa rapidità per ognuno e lo spazio è il palcoscenico su cui ogni cosa accade. Con la sua teoria speciale della relatività(chiamata “speciale” per distinguerla dalla più estesa teoria “generale” della relatività, che venne più tardi) Einstein mostrò a tutto il mondo come spazio e tempo non fossero fissi. Piuttosto, ognuno di noi misura un tempo differente a seconda di come ci muoviamo, e lo spazio si contrae o si espande a seconda che acceleriamo o rallentiamo. Le bizzarre conclusioni di Einstein vennero fuori a partire da una singola importantissima intuizione: la rapidità della luce è sempre la stessa, indipendentemente da quanto velocemente ci si stia muovendo verso o lontano da una sorgente di luce. Tale assunzione va decisamente contro il senso comune. Consideriamo i seguenti esempi:

1) Immaginiamo di essere a bordo di una macchina e di star viaggiando a 50km/h, e che la macchina accanto alla nostra stia viaggiando con la medesima rapidità. Qualora guardassimo dentro la macchina che ci è accanto(evitando di fissare l’orizzonte che si avvicina), ci apparirebbe come se fosse ferma. Mentre entrambi i tachimetri stanno segnando i 50km/h, secondo il nostro punto di vista l’altra macchina non si

sta muovendo.

2) Adesso immaginiamo di essere a bordo di una navicella spaziale e di stare viaggiando a metà della rapidità della luce(che Einstein rappresenta con la lettera “c”). Vediamo un fascio di luce sfrecciare attraverso lo spazio alla rapidità di 300,000 km/sec. Cosa accadrebbe se accelerassimo? La rapidità della luce rimarrebbe la stessa. E cosa accadrebbe, invece, se rallentassimo? Nessuna differenza rispetto a prima. Indipendentemente da quanto velocemente stiamo

andando, misureremo sempre che la luce viaggia con una rapidità pari a c.

Bene, se io e te ci stiamo muovendo l'uno rispetto all'altro, ed entrambi misuriamo la medesima rapidità per la luce, cosa significa tutto questo? Semplicemente vuol dire che il tuo spazio e il tuo tempo sono differenti dal mio spazio e dal mio tempo. Nell'universo di Einstein, spazio e tempo sono legati fra loro, e quando cambi uno, anche l'altro lo fa. Tuttavia la combinazione dei due, quell'entità quadridimensionale chiamata

spaziotempo, rimane immutata. Il tuo spaziotempo è uguale al mio spaziotempo, così come la tua rapidità della luce è uguale alla mia rapidità della luce. In questo modo, non tutto è relativo, come molte persone credono. Lo spaziotempo e la rapidità della luce non lo sono. Essi sono assoluti, come sostengono i fisici. E questo è ciò che fa in modo che tutto quanto nell'universo continui a funzionare perfettamente. Le conclusioni di Einstein riguardo alla natura di spazio e tempo sono state non soltanto osservate e misurate tantissime volte nell'ultimo mezzo secolo; esse sono altresì state utilizzate per progettare sofisticati macchinari da laboratorio. La sua speciale teoria chiarì la nostra comprensione del mondo e corresse tutte quante le precedenti incongruenze.

$$E = mc^2$$

Questa è l'equazione più famosa al mondo. È l'equazione che gran parte della gente che abita il nostro pianeta è in grado di riconoscere. E venne fuori dalla teoria della relatività di Einstein. Starete pensando che, data la sua enorme importanza, ci saranno volute pagine su pagine di complicate derivazioni matematiche e un documento di pubblicazione molto lungo per presentarla. Tutto sbagliato. La pubblicazione di Einstein, incentrata su tale equazione, era lunga in tutto tre misere pagine e la matematica era davvero semplice(ovviamente per chi conosce la matematica). $E=mc^2$ afferma nient'altro che massa ed energia sono la stessa cosa e che gli oggetti di solito possiedono entrambe. La massa può essere convertita in energia e viceversa.

Tale equazione spiega in che modo funzioni il sole, ad esempio, un mistero che rese perplessi molti scienziati fino all'arrivo di Einstein. L'equazione di Einstein relativa al connubio massa-energia viene oggi utilizzata dai fisici medici per calcolare le energie generate negli acceleratori di particelle utilizzati per la cura del cancro. Viene altresì utilizzata nella progettazione di macchine come gli scanner PET(positron emission tomography). Persino nella progettazione dei rilevatori di fumo la ritroviamo. E , come già accennato in precedenza, la sua equazione(ma non Einstein direttamente) giocò un ruolo fondamentale nei calcoli per la bomba atomica inventata al National Laboratory di Los Alamos, che venne più tardi sganciata sul Giappone, ponendo fine alla seconda guerra mondiale.

Lezione 12

La teoria quantistica

Nell'universo di Newton, avendo a disposizione una potenza computazionale sufficiente, potremmo inserire in un programma tutte le informazioni in nostro possesso riguardo all'universo in questo esatto momento, e saremmo in grado, facendo girare tale programma basato sulle leggi di Newton, di richiamare qualsiasi evento accaduto nell'universo passato o predire ciascun evento che possa accadere nel suo futuro. Si potrebbero inserire uno spazio e un tempo all'interno del calcolatore e ottenere una descrizione completa riguardo a tale spazio e tale tempo, anche se il tempo si trovasse nel futuro. Sì, corretto, potremmo riuscire a prevedere il futuro! Di primo acchito ciò potrebbe risuonare come una cosa meravigliosa. Potremmo essere in grado di conoscere come saranno le prime civiltà umane su Marte oppure quale civiltà abiterà la Terra fra 500 o 1 milione di anni. Oppure, cosa estremamente più interessante, potremmo essere in grado di sapere chi vincerà il prossimo campionato italiano di calcio! Di certo non avremmo la stessa smania di conoscere gli esatti dettagli di tutti quanti gli eventi tristi che ci attendono. Non sarebbe davvero terribile venire a conoscenza di quando e in che modo esattamente si svolgeranno? Non preoccupatevi. Einstein ha risolto tale dilemma per tutti quanti noi poveri mortali. Non è possibile prevedere il futuro. E vi assicuro che nessuno, per quanto potente possa essere il computer di cui riesca a disporre, ci potrebbe riuscire. Almeno se la fisica quantistica è corretta e funziona! E finora, ogni evidenza sperimentale ci ha confermato che in realtà così è. La fisica quantistica ebbe inizio con la pubblicazione di Einstein del 1905 che spiegava l'**effetto fotoelettrico**, in pratica il principio fisico che sta dietro alle fotocellule che convertono la luce solare in elettricità. Chiaramente Einstein non spiegò soltanto l'effetto. Andò a fondo, penetrò nel cuore della fisica mostrando a tutti come il mondo sia fatto. Einstein affermò che la luce fosse costituita da invisibili pacchetti di energia, gli stessi che oggi chiamiamo **quanti**. E , cosa ancora più importante, egli affermò che, quando la luce interagisce con la materia, esse stessa viene assorbita o emessa sotto forma dei medesimi invisibili pacchetti di energia. Tale ultima assunzione divenne il fondamento della fisica dell'atomo. Tuttavia l'idea di Einstein del quanto di energia, che successivamente prese il nome di "fotone", incontrò immediatamente notevoli resistenze. Soltanto quando gli esperimenti, 15 anni più tardi, confermarono come Einstein avesse ragione, la comunità mondiale dei fisici si riunì e abbracciò in pieno quella sua idea rivoluzionaria. Nel giro di due mesi, la fisica quantistica, ovvero la fisica dell'atomo, vide i suoi natali "ufficiali". La fisica quantistica sostiene che è impossibile conoscere, allo stesso tempo, tutto ciò che si intenda sapere riguardo alle particelle subatomiche. La materia è composta da minuscoli mattoncini chiamati elettroni , quark e altre particelle ugualmente strane e bizzarre. E purtroppo siamo limitati, per natura, riguardo a ciò che si possa conoscere riguardo ad esse. Il mondo possiede un'incertezza intrinseca che ci impedisce di conoscere esattamente come ogni cosa vada a finire. È possibile calcolare solamente le probabilità dei risultati relativi a determinati eventi. Quando si misuri un elettrone in una determinata posizione, esiste una certa probabilità che, quando lo si cerchi in un'altra posizione, lo si possa trovare. Gli scienziati hanno imparato a lavorare con tali strane e sfuggenti particelle e oggigiorno sono diventati abili a manipolarle con grande precisione. Un televisore, ad esempio, utilizza dei getti di elettroni sparati in differenti punti sullo schermo per formare le immagini che di solito ci capita di vedere(ovviamente, non sempre vale la pena di guardare le immagini che tali elettroni formano. Ma questo è tutto un altro discorso!). Se la sola cosa che si riesca a conoscere riguardo agli elettroni sono delle probabilità, si potrebbe essere in grado di predire, con buona accuratezza, dove, il relativamente esiguo numero di elettroni all'interno del nostro televisore, colpirà lo schermo. Tuttavia , non saremmo assolutamente capaci di predire ciò che l'enorme collezione di elettroni e altre particelle che compongono il nostro cervello farà come prossima mossa. Il futuro rimane incerto come abbiamo sempre pensato che fosse, e nessun progresso tecnologico riuscirà mai a cambiare tale cosa. Questo è il modo in cui funziona il mondo. Einstein stesso, che fu l'iniziatore della fisica quantistica, non avrebbe mai immaginato che tale punto di vista sul mondo avrebbe rappresentato l’ultima parola. Egli pensava che la fisica quantistica fosse passeggera e che un giorno avremmo scoperto il mondo nascosto che si trovi sotto di essa: un mondo che ovviamente non sia probabilistico! Sofisticati esperimenti, portati avanti negli ultimi 20 anni, hanno convinto i fisici che, in questo caso, Einstein aveva pesantemente torto. Il mondo mostratoci dalla fisica quantistica è il mondo reale. E questo è quanto!

Lezione 13

Particelle subatomiche e particelle di polvere.

Una particella subatomica condivide soltanto il suo nome con ciò che chiamiamo “particella” nella nostra regolare esperienza quotidiana. Una particella di polvere, ad esempio, possiede una massa, una dimensione, una forma e persino un qualche colore. Una particella subatomica è definita particella soltanto perché ciò era quello che gli scienziati pensavano di osservare quando essi iniziarono ad apprendere qualcosa riguardo a tali entità durante la fine del diciannovesimo secolo e l'inizio del ventesimo. Tuttavia , le cose che in realtà compongono gli atomi finirono per essere niente che ricordasse in qualche modo le particelle di polvere. Gli scienziati si accorsero di ciò soltanto nel 1920 avanzato, quando ormai il termine "particella" era largamente utilizzato per riferirsi a tali parti dell'atomo, per tale motivo non si preoccuparono tanto di inventare un nuovo nome. Essi sanno benissimo cosa intendano quando utilizzino tale parola, mentre l’intera popolazione appartenente alla categoria dei non-scienziati lo trova un tantino confusionale.

Lezione 14

La teoria generale della relatività.

La teoria della relatività speciale(o ristretta) si applica soltanto quando ci si stia muovendo con una rapidità costante e lungo un percorso rettilineo. Qualora, tuttavia, si cominci ad accelerare o a svoltare, la relatività speciale cessa di funzionare. L'intenzione di Einstein fu immediatamente quella di estendere la sua teoria a tutti i tipi di moto, accelerati e non. Ciò, tuttavia, si dimostrò un lavoro estremamente arduo da portare a termine. Infatti, mentre la teoria speciale della relatività costò ad Einstein soltanto un paio di settimane di lavoro per essere sviluppata, ci vollero ben 4 anni per estendere tale teoria a tutti i tipi di moto. E in mezzo a tutto ciò, lo scienziato fu costretto ad apprendere un'intera nuova area della matematica. Quando tutto fu portato a compimento, venne prodotta ciò che è considerata essere la più affascinante fra le teorie scientifiche mai scoperte. Egli la chiamò teoria generale della relatività. La relatività generale afferma che un oggetto gigantesco, come la Terra o il Sole, curva lo spazio attorno ad esso, e la gravità altro non è che il risultato di tale curvatura. La Terra , di per sé, non tiene niente e nessuno fisso al suolo. È invece lo spazio attorno alla Terra che, essendo ricurvo, con la sua pendenza ci mantiene con i piedi ben saldi a terra. Dal momento che il Sole curva lo spazio, un raggio di luce che passi vicino ad esso piegherà. La relatività generale afferma altresì che un orologio funzionerà più lentamente all'interno di un campo gravitazionale più intenso. Ad esempio, un orologio andrà più lentamente nel seminterrato di un palazzo rispetto a quando si trovi nell'attico del palazzo stesso. Ad ogni modo, la differenza è talmente lieve che non si riuscirebbe mai a misurarla anche disponendo del più preciso orologio atomico esistente e di strumentazione estremamente accurata. Persino prima che fosse terminata la sua teoria, Einstein volle testarla, per essere sicuro che stesse procedendo lungo la giusta strada. Egli era al corrente che il moto del pianeta Mercurio non fosse stato completamente spiegato e che gli astronomi erano estremamente perplessi riguardo alla risoluzione di tale problema. Einstein utilizzò la sua teoria per calcolare l'orbita corretta di Mercurio, spiegando come la piccola discrepanza nelle osservazioni fosse il risultato della curvatura dello spazio attorno al Sole. Dopo che Einstein ebbe pubblicato la sua teoria, l'astronomo inglese Arthur Eddington organizzò una spedizione in Africa per misurare la curvatura della luce emessa da una stella durante un'eclissi totale di sole(il solo momento in cui le stelle e il sole fossero visibili allo stesso tempo). I risultati delle misurazioni confermarono la previsione di Einstein. Tale conferma elettrizzò il mondo intero, e Einstein divenne famoso praticamente all'istante.

Lezione 15

Altri contributi.

Proprio come se relatività, $E=mc^2$, teoria quantistica non fossero abbastanza, Einstein diede altri contributi significativi alla fisica. Di seguito soltanto alcuni esempi.

Provare che le molecole siano reali

Su due dei cinque documenti che Einstein pubblicò nel 1905, egli mostrò come le molecole fossero reali e spiegò il modo di misurarle e studiare il loro moto. A quei tempi, nessuno era ancora convinto che gli atomi esistessero sul serio. Tali due documenti, insieme a un altro paio pubblicati in precedenza, provarono una volta e per tutte come le molecole fossero reali e potessero essere misurate.

Stimolare la radiazione

Subito dopo aver concluso la sua teoria generale della relatività, Einstein cominciò a riflettere riguardo all'assorbimento e all'emissione della radiazione. Egli scoprì un metodo per stimolare l'emissione di radiazione a partire da certi atomi. Tale scoperta rappresentò la base per il laser, inventato 40 anni più tardi da Charles Townes.

Creare un modello dell’universo

Einstein decise di utilizzare la sua teoria della relatività per costruire un modello dell’universo. Il compitò risultò essere estremamente complicato. Quando Einstein lo portò a compimento, egli si ritrovò un universo che cambiava e si muoveva, sia espandendosi che collassando. Tali risultati non gli piacquero da subito. Le osservazioni del tempo mostravano come in realtà l'universo fosse statico, così egli introdusse un termine all'interno delle sue equazioni, una costante cosmo-logica, che permise al modello di mostrare un universo statico al contempo. Vent'anni dopo, l'astronomo Edwin Hubble scoprì che l'universo dopo tutto non era statico. Esso si espandeva. L'aver reso il suo modello conforme a ciò che si credeva ai suoi tempi, comportò che Einstein abbia mancato l'occasione di predire l’espansione dell’universo. Molti anni dopo la morte di Einstein, gli scienziati si resero conto che la sua costante cosmologica appartiene in qualche modo alle equazioni dell’universo. C’è soltanto bisogno di dare una spiegazione alle osservazioni molto accurate che il telescopio Hubble e le navicelle della NASA stanno facendo attualmente. Einstein, dopo tutto, aveva ragione.

Lezione 16

Standing ovation

Gli enormi progressi in fisica e astronomia, che ebbero luogo durante l'ultimo secolo, sono principalmente dovuti al lavoro che Einstein portò avanti fra il 1905 e il 1917. Se Einstein non fosse mai esistito la maggior parte del suo lavoro sarebbe stato portato a compimento probabilmente da qualche altro scienziato. Alcune scoperte sarebbero state fatte alcuni anni più tardi rispetto a quando le fece Einstein, mentre altre diverse decadi più tardi ancora. La teoria generale, il suo più grande raggiungimento e quello con le più grandi implicazioni, non esisteva sul radar di nessun altro ai tempi in cui Einstein la sviluppò. Gli scienziati sarebbero stati in grado di scoprirla ad oggi? Nessuno potrà mai dirlo. Fortunatamente Einstein è vissuto e per fortuna sviluppò le sue teorie rivoluzionarie. In senso molto lato, il mondo è come è oggi grazie a lui. E tutto quanto è partito in un semplice ufficio brevetti di Berna, in Svizzera, poco più di un secolo fa.

LIBRO 7

La Fisica che conosciamo 1

Dai vettori alle leggi di Newton


La Fisica che
conosciamo 1
Dai vettori alle leggi di
Newton
Giovanni Liveri

Introduzione

La fisica è lo studio del nostro mondo e dell'intero universo che ci circonda. Molte persone penseranno che la fisica sia un peso, un onere, un obbligo cui ottemperare in età scolastica. Ma in verità la fisica è uno studio che intraprendiamo, in maniera naturale e automatica, dal momento in cui apriamo gli occhi per la prima volta. Tutto ciò che esiste nell'universo ricade all’interno del mirino critico della fisica. Si tratta di una scienza onnicomprensiva. È possibile studiare vari aspetti del mondo naturale e, di conseguenza, è possibile studiare differenti campi all’interno del fantastico mondo fisico: la fisica degli oggetti in movimento, la fisica delle forze, di tutto ciò che accade quando ci si avvicina alla velocità della luce, eccetera, eccetera , eccetera. In ogni istante di tempo, all’interno del nostro complesso mondo, è possibile osservare un sacco di fenomeni in fase di svolgimento. Le foglie volteggiano in aria, il sole risplende, le stelle scintillano, le lampadine irradiano luce, le macchine si muovono, le stampanti stampano, le persone camminano e vanno in bicicletta, e via discorrendo. Ogni qualvolta ci si ferma ad analizzare ciascuna di tali azioni, la nostra innata curiosità dà vita a una pletora di domande:

1) Perché scivoliamo quando cerchiamo di scalare un banco di neve?
2) Ci sono mondi nascosti che non

riusciamo a vedere con i nostri occhi?

3) Perché le coperte riescono a riscaldarci?

4) Qual è la natura della materia?

5) Cosa succede se tocchiamo una linea dell'alta tensione?

La fisica è un'immensa indagine sul mondo che ci circonda e su come in realtà esso lavori e funzioni. Dai fenomeni più semplici e immediati(come ad esempio la descrizione dell'inerzia di una macchina che si cerca di spingere), a quelli più lontani e distanti dalla comune evidenza(come ad esempio il fatto di riuscire ad osservare l'infinitamente piccolo all'interno dei minuscoli mattoncini di cui è composta la materia). In definitiva, la fisica è tutto ciò che ci dia consapevolezza del mondo in cui viviamo. Niente di più, niente di meno.

I vettori

Lezione 1

Introduzione ai vettori

Vi è mai capitato di voler raggiungere un posto, di volerci arrivare ardentemente, ma di non sapere minimamente da che parte andare? Se sì, avrete di sicuro passato un brutto quarto d’ora, forse anche di più, e avreste dovuto rimpiangere il fatto di aver snobbato lo studio dei vettori durante i vostri studi superiori o universitari. Perché in fondo i vettori sono proprio questo. È vero, molte persone che hanno avuto un rapporto scolastico “conflittuale” con i vettori hanno deciso nel tempo di non amarli affatto. Si tratta di un grosso errore, a mio avviso. Perché i vettori sono semplicissimi, una volta che si sia riusciti ad aver polso su di essi . E chiaramente, uno degli scopi dichiarati delle seguenti brevi lezioni sarà proprio di darvi una mano affinchè riusciate a fare ciò, cercando in qualche modo di legare il concetto di vettore alle forze che fanno muovere il mondo. E quindi, capite bene che forse vale la pena familiarizzare con questi formidabili strumenti!

Partiamo col dire che i vettori fanno parte della nostra vita quotidiana, anche se magari non ce ne siamo mai accorti. Quando qualcuno ci fornisce una qualche indicazione ad esempio potrà parlare in questi termini: “ La scuola è a due Km da qui seguendo questa direzione” e magari la persona punterà anche il dito per renderci più agevole la comprensione. In tal modo, il nostro gentile concittadino, ci avrà fornito sia un’ampiezza(una misura) che una direzione(ottenuta puntando il dito).

Facciamo un altro esempio. Immaginiamo di voler aiutare qualcuno a fissare una porta. Potremmo esprimerci in questi termini: “Spingi forte verso la tua sinistra!”. Ebbene , siamo di fronte ad un altro vettore. Un ultimo utile esempio. Siamo in macchina e all’improvviso sterziamo vigorosamente per evitare di colpire qualcuno sulla carreggiata. Ebbene avremo di certo accelerato o decelerato in un’altra direzione. Eccovi servito un altro esempio di vettore!

Insomma, avrete capito che tantissime

situazioni nella vostra vita quotidiana tracciano nell'invisibile etere degli utilissimi vettori e adesso vi svelerò che tantissimi concetti fisici sono dei vettori a loro volta. Concetti con cui abbiamo di certo una notevole familiarità: velocità, accelerazione, forza. Per tale motivo, si dovrebbe cominciare a coccolare questi nostri compagni immaginari piuttosto che continuare a denigrarli ogni volta. Anche perché ritroverete i vettori in qualsiasi corso di fisica che vi capiterà di dover seguire e vi assicuro che sono davvero fondamentali per una corretta comprensione del mondo che ci circonda!

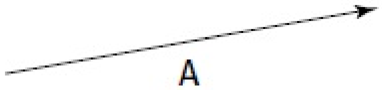
Lezione 2

Alla ricerca di Mr. Vector: ampiezza e direzione

Quando si ha a che fare con i vettori, è sufficiente tenere a mente soltanto due cose: la loro direzione e la loro ampiezza. Tutto ciò che invece è caratterizzato da soltanto una quantità verrà definito scalare. Ovviamente, aggiungendo una direzione ad uno scalare otterremo molto semplicemente un vettore.

Scalari, vettori. Okay ma di cosa stiamo parlando?

Visivamente, i vettori verranno rappresentati con delle frecce le quali sono proprio l'ideale dal momento che una freccia possiede una propria chiara direzione e una propria chiara ampiezza(la lunghezza della freccia stessa per l'appunto). Una freccia quindi, rappresenta un vettore che parte dalla base della freccia stessa e termina alla punta. Proviamo a guardare un disegno per chiarirci le idee:



Nella figura sopra riportata, il vettore **A** possiede una ben precisa direzione e ampiezza. Semplice, vero?

Okay , ma a cosa servono i vettori? La risposta è semplice. Servono a tante cose. Ad esempio in fisica si utilizzano dei vettori per rappresentare una forza, un'accelerazione, una velocità e tanto altro. E vi assicuro che non è poco.

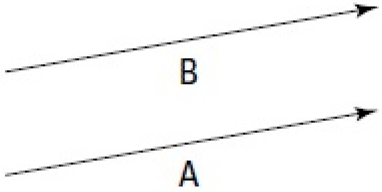
A livello simbolico due sono le rappresentazioni del vettore maggiormente utilizzate. Qualcuno suole utilizzare una freccia al di sopra di una lettera. La lettera rappresenterà la parte scalare del vettore, la freccia invece starà a significare che esiste anche una direzione. Qualcosa del genere insomma:

$$\overrightarrow{A}$$

Onestamente non sono fra i sostenitori di tale prima rappresentazione , nonostante sia molto eloquente qualora si debba riconoscere fra un vettore e uno scalare. L’altra rappresentazione simbolica del vettore che potrete trovare in giro, e quella che utilizzerò nel prosieguo delle lezioni, sarà invece semplicemente una lettera riportata in grassetto. Qualcosa del genere per intenderci :

A

Decisamente più comoda. Adesso proviamo a rispondere a un quiz. Consideriamo i due vettori sotto riportati:



Qual è la prima cosa che vi salta all'occhio? Vi lascio qualche secondo per riflettere …

Ora tocca a me. I due vettori **A** e **B** hanno la stessa lunghezza e la stessa direzione. Sì ok ma questo è sufficiente per poter affermare che sono uguali? La risposta è assolutamente SI. Se due vettori hanno la stessa ampiezza e direzione allora i due vettori sono uguali. Ovvero si potrà scrivere l'equazione:

$$\mathbf{A}=\mathbf{B}$$

Ammettetelo. State cominciando a ricredervi riguardo al complicato mondo dei vettori. State pian piano diventando buoni amici! Vi consiglio di attendere ancora un po' prima di affermarlo. Infatti immaginiamo che vi troviate in una città differente dalla vostra e stiate cercando l'albergo prenotato via internet. Fermate un passante e chiaramente chiedete indicazioni. Bene, a questo punto ricevete la seguente informazione: “Per raggiungere l'hotel che sta cercando deve proseguire 200 metri in direzione nord e subito dopo altri 200 metri in direzione est ”. Posso immaginare quale espressione avrete stampata in volto e soprattutto quale domanda vi ronzi per la testa incessantemente. Quindi , quanto è distante in definitiva il vostro hotel e in che direzione? Il vostro caro amico vettore ha improvvisamente cessato di essere utile?

Lezione 3

Sommare i vettori

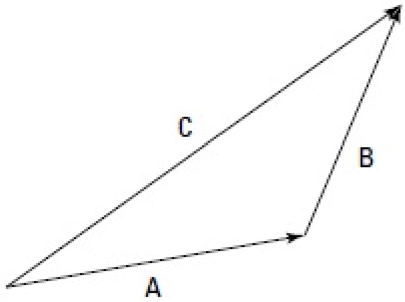
Sì lo so sono stato cattivo. Vi ho lasciato con un dubbio apparentemente insormontabile a fine seconda lezione e vi ho fatto credere di aver perso tempo con lo studio dei vettori perché divenuti improvvisamente inutili. Vi svelo un segreto. Stavo mentendo. In realtà i vettori sono e rimarranno sempre utilissimi ed esiste una risposta al quesito che ci siamo posti poco fa di come arrivare al vostro albergo. La risposta è sommare due vettori aventi direzioni differenti. Sì, avete capito bene, effettuare una somma fra vettori. Il vettore risultante , frutto della somma dei due singoli vettori, ci fornirà la distanza dal nostro obiettivo(l'albergo) e la direzione per raggiungerlo. Cerchiamo di spiegarci meglio.

Ipotizziamo che un passante ci dica che per raggiungere la nostra destinazione dovremo seguire prima il vettore **A** e subito dopo il vettore **B**. Il che, se ci pensate bene, è la trasposizione matematica dell'affermazione precedente:

“Per raggiungere l’hotel che sta cercando deve proseguire 200 metri in direzione nord e subito dopo altri 200 metri in direzione est ”

Chiaramente i due vettori dovranno rappresentare esattamente le due distanze e direzioni sopra riportate!

Okay, fin qui magari ci siamo arrivati. Ma alla fine della fiera dove si trova la nostra destinazione? Detto altrimenti, in che modo si sommano questi due vettori? La risposta è semplice. Basta solo pensare che i vettori sono mere rappresentazioni della realtà e quindi anche la loro somma rappresenta un'azione che faremmo nella vita di tutti i giorni. E nella vita di tutti i giorni noi, partendo dal punto in cui ci troviamo, ci dirigeremmo verso la fine del vettore **A** e, a partire da essa, percorreremmo il vettore **B** verso la sua fine. E poi stop. Ma una volta giunti alla fine del vettore **B** vorremmo di certo sapere quanto siamo distanti dal nostro punto di partenza. Per scoprirlo basterà soltanto disegnare un terzo vettore, **C** , che parta dal nostro punto di partenza(ovvero l'inizio del vettore **A**) e arrivi al nostro punto di arrivo(ovvero la fine del vettore **B**). Tale nuovo vettore **C** rappresenterà il risultato del nostro intero tragitto dall'inizio alla fine. Graficamente qualcosa del genere:



Giusto per scrivere una regola che ci aiuti praticamente, per effettuare la somma fra vettori basta porre un vettore alla fine dell’altro e disegnare un nuovo vettore, il vettore somma, che parta dall’inizio del primo vettore e finisca alla fine del secondo vettore. In simboli avremo:

$$\mathbf{C}=\mathbf{A}+\mathbf{B}$$

In cui **C** verrà definito vettore somma o **vettore risultante**.

Tranquilli, non vi è soltanto tale unico modo di combinare i vettori. I vettori non vi daranno mai modo di annoiarvi. Ad esempio esiste anche la sottrazione fra vettori.

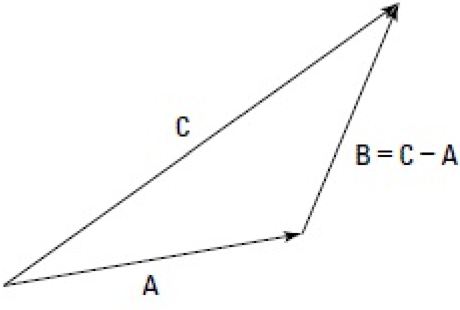
Lezione 4

Sottrarre i vettori

Partiamo con una semplice domanda. Cosa succede se prendiamo il nostro vettore **C** , il nostro vettore **A** , e li sottraiamo? La risposta è semplice. Il vettore differenza è **B** . E non potevamo attenderci altro dato che già sapevamo che **C**=**A**+**B.** Premetto subito che la sottrazione fra vettori non è una rappresentazione di fenomeni fisici molto frequenti. Tuttavia qualche volta potrebbe capitare di imbatterci in essa.

Dunque è interessante parlarne. Andiamo subito alla regola.

Per sottrarre due vettori, basta porre i piedi di ciascuno(ovvero la parte che non sia la punta della freccia) insieme e tracciare il vettore che parte dalla testa del vettore che state sottraendo(il secondo per intenderci) e che arriva alla testa del vettore da cui state sottraendo(il primo per intenderci). Vediamolo anche graficamente:



Volendo, esiste un altro modo per effettuare la sottrazione fra vettori. Non saprei dirvi se più semplice o meno rispetto al primo. Ad ogni modo, la prima cosa da fare è invertire la direzione del secondo vettore(**A** per intenderci nella sottrazione **C**-**A**).

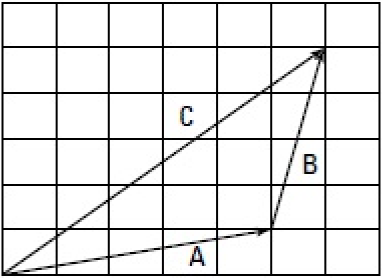
Seconda e ultima cosa è eseguire la somma fra vettori. Stop. Quindi essenzialmente si parte col vettore **C** ; si inverte il vettore **A** e si pongono i piedi del vettore appena invertito a contatto con la testa del vettore **C**; si traccia il vettore risultante fra i due.

Come si può notare, l'approccio dei vettori nei confronti delle operazioni somma e differenza è il medesimo che si incontra fra numeri, ovvero fra scalari.

Lezione 5

Cominciamo a dare i numeri … sui vettori!

Finora abbiamo visto che i vettori possono essere rappresentati in maniera proficua attraverso semplici frecce. Ciò ci è parso semplice ed efficace ma in realtà non si tratta del modo più preciso di gestire tali potenti mezzi. Il modo più preciso di certo deve rendere, in qualche modo, numerica le gestione dei vettori e diciamo subito che fortunatamente si può fare. Per capire come, ripartiamo dal nostro problema di sommare i due vettori **A** e **B**. Riportando su un grafico i tre vettori(i due vettori addendi e quello risultante), si può notare immediatamente come sia semplice effettuare la somma fra vettori.



Assumiamo che l'unità di misura del grafico sopra riportato sia 1 metro. Vale a dire ipotizziamo che la dimensione di ciascun quadratino in cui il grafico rimane suddiviso sia 1 metro. In tal modo è semplice affermare che il vettore **A** , rispetto all'origine del grafico, va 1 metro su e 5 metri a destra mentre il vettore **B** , sempre rispetto alla stessa origine, va un metro verso destra e 4 metri su. Per sommare i due vettori e ottenere quindi il vettore risultante, basta solamente sommare i rispettivi "slanci" orizzontali e verticali. Il che significa praticamente che il vettore risultante **C** andrà 6 metri verso destra e 5 metri su. Che, come potete osservare, coincide in tutto e per tutto con l'informazione grafica ottenuta sopra. Qualora non fosse ancora sufficientemente semplice la cosa, spingiamoci un tantino oltre e cominciamo ad utilizzare una notazione inventata per i vettori ad ausilio dei poveri fisici che volevano imparare a maneggiarli in maniera inequivocabile e immediata. Tranquilli, la notazione è davvero molto semplice e in pratica ne abbiamo già parlato precedentemente. Dal momento che il vettore **A** si estende 5 metri verso destra(ovvero nella direzione dell'asse x positivo) e 1 metro su(ovvero nella direzione dell'asse y positivo), è possibile esprimere tale vettore in termini delle sue due coordinate (x,y).

Qualcosa di simile per intenderci:

$$\mathbf{A}=(5,1)$$

Analogo ragionamento si potrà fare per il vettore **B** , con la corrispondente rappresentazione tramite le coordinate (x,y).

$$\mathbf{B}=(1,4)$$

E credetemi, avere una notazione(ovvero associare dei numeri) anche per i vettori è davvero una gran cosa perché rende le operazioni fra di essi davvero semplici. Ad esempio, per sommare fra loro due vettori basterà soltanto sommare fra loro le rispettive componenti x e y, per ottenere quindi le componenti x e y del vettore risultante. Ovvero:

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=(5,1)+(1,4)=(6,5)=\mathbf{C}$$

Davvero grandioso. La somma e differenza fra vettori si è in pratica ridotta a una somma e differenza fra numeri. Il solo necessario sforzo è quello di individuare le corrette coordinate x e y dei vettori. Dopo di che il gioco è fatto.

La domanda a questo punto è lecita. Ciò vale soltanto per le operazioni somma e differenza? Facciamo un esempio. Ipotizziamo di essere in pista a bordo di una macchina di quelle che si dimenticano non facilmente e di stare sfrecciando a 150Km/h in direzione nord(vi ricorda qualcosa questa affermazione?). Ad un certo punto ci accorgiamo, guardando negli specchietti retrovisori, che un nostro avversario in gara si sta avvicinando in maniera prepotente. Nessun problema, pensiamo. Basta raddoppiare la velocità e gli faremo assaporare il sapore acre della polvere sull'asfalto! Dal punto di vista operativo avrete sicuramente riconosciuto il nostro vettore velocità e basterà soltanto moltiplicarlo per 2. Come si fa? Semplice:

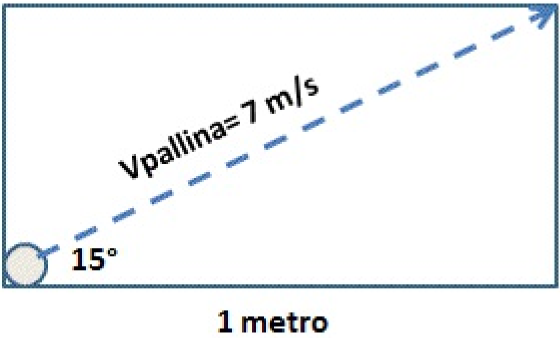
$$2*(0,150)=(0,300)$$

Adesso stiamo sfrecciando ad una velocità di 300 Km/h nella stessa direzione di prima e nessuno potrà più raggiungerci. Abbiamo appena assistito a un semplice esempio di moltiplicazione di un vettore per uno scalare.

Lezione 6

“People at the power”. Lavorare con le componenti di un vettore!

Partiamo col dire che rappresentare la realtà non è mai un lavoro semplice. In particolare i problemi fisici hanno sempre la subdola caratteristica di presentarsi a noi non dicendo mai chiaramente e direttamente ciò che si intende conoscere. Facciamo un esempio per capirci meglio. Prendiamo il nostro primo vettore **A** , incontrato precedentemente. Ma vi pare che un problema reale possa mai dirvi che un vettore di nome A abbia coordinate (4,1) ed è quello che ci interessa conoscere? Scordatevelo. Molto più probabile che un problema possa presentarsi nel modo seguente: una pallina sta rotolando su un tavolo a 15° rispetto al lato orizzontale con una velocità di 7 metri/secondo. Si vuole sapere quanto tempo la pallina impiegherà a raggiungere l'estremità opposta del tavolo, e a rotolare giù da esso, considerando che la lunghezza del tavolo lungo la direzione destra della pallina è di 1 metro. E adesso sì che sono cavoli, starete pensando. State tranquilli. Vi assicuro che abbiamo tutte le informazioni per riuscire a trovare le componenti del vettore sotto i riflettori di questo problema vettoriale. Memorizziamo graficamente il nostro problema:



Tipicamente i problemi fisici ci forniscono come informazione di partenza degli angoli e delle ampiezze tramite le quali definire uno o più vettori. Quindi spetta a noi trovare le componenti dei vettori stessi a partire dalle informazioni in mano. Nel nostro caso sappiamo che la pallina rotola sul tavolo a 15° rispetto al lato orizzontale, con una velocità di 7 metri/secondo e si vuole sapere quanto tempo impiegherà per rotolare giù dal tavolo stesso estendendosi quest'ultimo 1 metro lungo la destra. Cerchiamo di scindere il problema in qualcosa per noi più semplice e che soprattutto si possa risolvere con i dati in nostro possesso. Cerchiamo di trovare quanto tempo la pallina impiegherebbe a rotolare di 1 metro lungo l'asse x, dato che almeno lungo tale direzione possediamo una informazione spaziale. Stiamo soltanto spostando il problema lungo la direzione x. Ma si tratta sempre del medesimo problema. Per sapere ciò, ci serve conoscere ovviamente con che velocità la pallina si muove lungo la direzione x.

Ciò che conosciamo è che la pallina si muove a 7 metri/secondo a 15° dall'orizzontale(asse x positivo). Il che è un vettore. 7 metri/secondo a 15° ci forniscono un'ampiezza e una direzione. Ciò che abbiamo è la velocità, che possiamo definire come la versione vettoriale della semplice rapidità. La rapidità della pallina è l'ampiezza del vettore velocità che diventa appunto un vettore **v** quando aggiungiamo a tale rapidità una direzione. A noi non basta conoscere la rapidità con cui si muove la pallina. Ci serve sapere quale sia la componente del vettore velocità lungo l'asse x, ovvero quanto velocemente stia viaggiando la pallina lungo il bordo orizzontale del tavolo. La componente x della velocità è uno scalare(un numero, non un vettore) e la definiremo v_x . Con simili ragionamenti ovviamente, la componente lungo y del vettore velocità sarà v_y. Possiamo quindi affermare che:

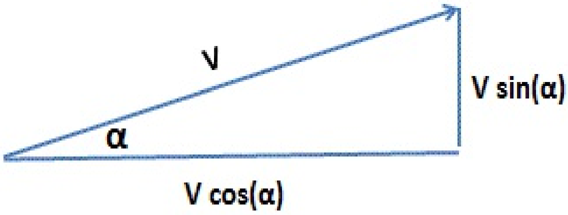
$$\mathbf{v}=(v_x,v_y)$$

Questo è il modo usuale in cui si rappresenta la separazione di un vettore nelle sue componenti.

Okay, ma torniamo a noi. Vogliamo sapere a quanto è uguale v_x e , dato che ci siamo, anche a quanto è uguale v_y. Ciò che sappiamo sono l'ampiezza del vettore velocità (7 metri/secondo) e la sua direzione (α=15° rispetto all'orizzontale). Inoltre sappiamo che la lunghezza del tavolo è di 1 metro. Vi do una brutta notizia. Bisogna usare un pizzico di trigonometria per scindere il vettore velocità nelle sue componenti. La bella notizia è che non c'è bisogno di cominciare a sudare e a tremare dalla paura. Utilizzare la trigonometria diventa semplice quando si conoscono angoli e ampiezze! Se definiamo “V” l’ampiezza del vettore, è possibile scrivere, utilizzando appunto un po’ di trigonometria:

$v_x = V\cos(\alpha)$

$v_y = V\sin(\alpha)$



Breve digressione. Se posso permettermi di consigliarvi qualcosa, io imparerei a menadito le due equazioni per il calcolo delle componenti di un vettore. Vi assicuro che vi capiterà di trovarle in una miriade di problemi fisici. Basta soltanto capire come funzionano e il gioco è fatto. Fine digressione.

Tornando a noi. Calcoliamo per prima cosa v_x , ovvero la componente x della velocità della pallina:

v_x=V cos(α) = (7 m/s)*cos(15°)=(7 m/s)*(0.97)= 6,8 m/s

Quindi adesso sappiamo che la pallina viaggia a 6,8 m/s verso destra. Ora, dal momento che la lunghezza del tavolo lungo la stessa direzione è di 1 metro avremo:

$$\frac{1\ \text{metro}}{6{,}8\ \text{metri/sec}} = 0{,}15\ \text{sec}$$

La pallina impiegherà quindi 0,15 sec per raggiungere il bordo del tavolo e cominciare a precipitare! Giusto per completezza, la componente y della velocità sarà:

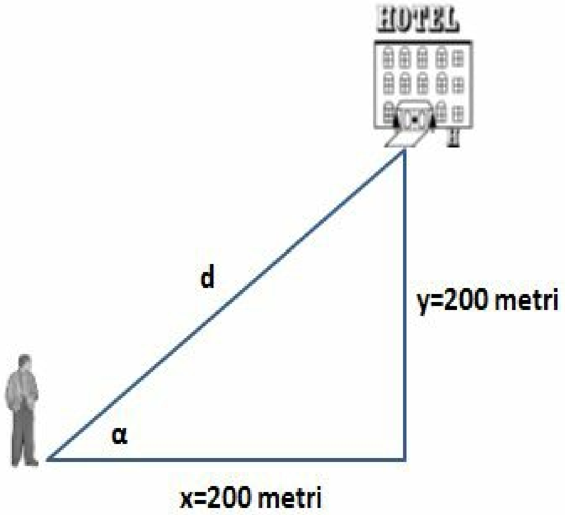
v_y=V sin(α)= (7 m/s)* sin(15°)=(7 m/s)* (0.26)= 1,8 m/s.

Lezione 7

Utilizzare le componenti di un vettore per ricavare ampiezze e angoli.

Nella lezione precedente abbiamo esaminato il caso pratico in cui, partendo da informazioni relative ad ampiezze e angoli, sia richiesto di ricavare le componenti di uno o più vettori. Ma non è il solo caso in cui ci si possa imbattere nei problemi reali. A volte accade anche il contrario. Ovvero che si parta dall'avere informazioni riguardanti le componenti di un vettore e si richieda, più o meno direttamente, di determinare ampiezza e angolo. Un pratico esempio di questo tipo potrebbe essere il seguente: “Ci troviamo in una splendida località turistica e stiamo cercando il nostro albergo. Sappiamo che si trova, rispetto alla nostra posizione attuale, 200 metri a nord e subito dopo 200 metri a est. Vogliamo sapere a quale angolo si trovi l’albergo rispetto alla nostra posizione attuale e alla fine quanto è distante da noi.”

Graficamente il problema potrebbe presentarsi nel modo seguente:



Come si può subito notare, la prima cosa che si può e che si deve fare è riscrivere il problema in notazione vettoriale. Riconosciamo subito la somma dei seguenti due vettori:

1) (200,0) □ rappresentante il percorso di 200 metri verso destra
2) (0,200) □ rappresentante il percorso di 200 metri verso su

Sommandoli otterremo il vettore risultante:

$$(200,0)+(0,200)=(200,200)= \text{vettore risultante}$$

Quindi finora abbiamo calato il contesto reale in quello vettoriale tramite la specificazione delle componenti del vettore stesso. Ma ciò non è quello che il problema ci richiede di trovare, ovvero dove si trovi il nostro albergo in termini delle componenti del vettore che rappresenta il gap fra noi l'albergo stesso. La richiesta è ben precisa: si vuole trovare l'angolo a cui l'albergo si trova rispetto alla nostra posizione attuale e la distanza che ci separa da esso. Detto altrimenti bisogna trovare "d" e "α" riportati nell'illustrazione del problema.

Trovare d non è così difficile perché basta applicare il famoso Teorema di Pitagora. Dovrebbe essere noto a tutti:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Inserendo i numeri nella formula sopra avremo:

$$d = \sqrt{(200m)^2 + (200m)^2} = 282.8 \text{ m}$$

Quindi l'albergo dista da noi 282.8 metri.

E l'angolo α? Nessun problema. Noi profondi conoscitori della trigonometria ormai sappiamo che:

$$y = d * \sin\square(\square)$$

Scritto altrimenti avremo:

$$\frac{y}{d} = \sin\square(\square)$$

Ora non ci rimane altro che eseguire l'inverso della funzione seno:

$$\square = \sin^{-1}\left(\frac{y}{d}\right) = \sin^{-1}\left[\frac{200m}{282.8m}\right] = 45°$$

Adesso conosciamo davvero tutto ciò che c'è da sapere. Il nostro albergo dista 282.8metri da noi e si trova ad un angolo di 45°. I vettori ci hanno , ancora una volta, aiutato a uscire trionfanti da uno scontro "fisico"!

Spazio, velocità e accelerazione

Lezione 1

Introduzione

Siete a bordo di una macchina favolosa e state gareggiando in una gara stile Formula 1. State procedendo spediti verso la gloria, fama e successo. Avete la rapidità che vi serve e siete confidenti che la vittoria possa essere la vostra. Davanti a voi il rettilineo che vi separa dall'inizio dell'ultimo giro. Ma, un momento, cosa succede? Sembra che un altro corridore si stia dando eccessivamente da fare per raggiungervi, perché uno strano bagliore argenteo comincia a riflettersi sui vostri specchietti retrovisori. Non può essere vero. Date un'altra occhiata e vi rendete conto che bisogna fare urgentemente qualcosa perché il vostro principale antagonista sta guadagnando terreno su di voi davvero velocemente. Ma siete fortunati, perché voi conoscete davvero tutto riguardo a velocità e accelerazione. E grazie a tale conoscenza saprete di certo cosa fare. Piede schiacciato sul pedale del gas e accelerare senza pensarci su tanto. Inoltre, la vostra conoscenza della velocità vi consentirà di affrontare l'ultima curva, quella finale prima del traguardo, con reale disinvoltura. La bandiera a scacchi non è più un miraggio e taglierete la linea del traguardo stampando anche il nuovo record della pista. Non male direi. E tutto grazie alla vostra conoscenza dei tre concetti fondamentali che affronteremo nelle seguenti lezioni: spostamento, velocità e accelerazione.

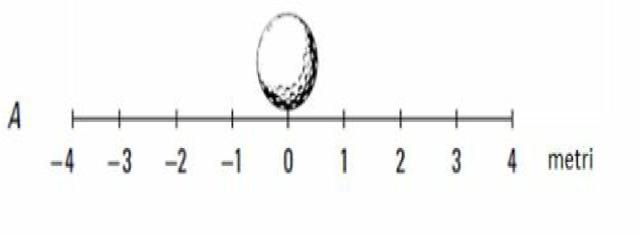
Magari avete già un certo feeling con questi concetti, oppure non siete capaci di guidare una macchina e nemmeno condurre una semplice bicicletta. Poco male. Rimedieremo subito. Lo spostamento è un qualcosa che ha a che fare con “dove” vi trovate; la velocità invece vi darà un’indicazione di “quanto rapidamente” state andando; per ultimo abbiamo l’accelerazione che di certo chiunque sia mai salito a bordo di una macchina conoscerà bene. Queste vere e proprie “forze” della natura riempiono la quotidianità di ogni persona vivente sulla faccia della Terra ed è per tale motivo che la fisica si è occupata in maniera approfondita di studiarle.

Giusto per intenderci, la conoscenza di tali concetti, forze, o comunque li si voglia definire, ha permesso all'uomo di progettare strade, di costruire navicelle spaziali, di tracciare il moto dei pianeti, di prevedere il meteo eccetera, eccetera, eccetera. Giusto per rendere l'idea. Fondamentalmente, per capirne di Fisica, bisogna necessariamente capire il "movimento" in ogni suo aspetto. E ciò è quello che tenteremo di fare nelle prossime lezioni!

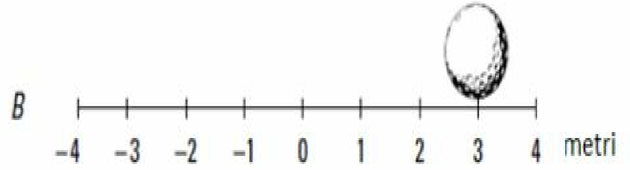
Lezione 2

Da qui a là! Cominciamo ad analizzare lo “spostamento”

Quando qualcosa si muove da un punto A ad un punto B, in termini fisici si dice che sia avvenuto uno “spostamento”. E in termini pratici uno “spostamento” porta inevitabilmente ad introdurre un altro concetto fondamentale: la “distanza”. Facciamo un esempio. Abbiamo appena acquistato una bellissima pallina da golf e non vediamo l’ora di provarla. Tuttavia, non essendo milionari e non possedendo quindi un comodo campo da golf nel giardino, ci accontentiamo di cominciare a farla rotolare su qualcosa. Noi non siamo i soliti conformisti che fanno rotolare gli oggetti sul tavolo. No, sarebbe troppo scontato. Decidiamo allora di utilizzare un'asticella da misura, una sorta di misurino con le varie tacche ma solido, lungo e sufficientemente largo da farci rotolare su la nostra nuova supersonica pallina. Per prima cosa posizioniamo la pallina in corrispondenza della posizione 0. Graficamente avremo una cosa del genere.



Come seconda cosa facciamo rotolare la pallina verso un nuovo punto, 3 metri sulla destra e chiamiamo il nuovo diagramma B(e cos’altro ci si poteva attendere dopo il diagramma A?).

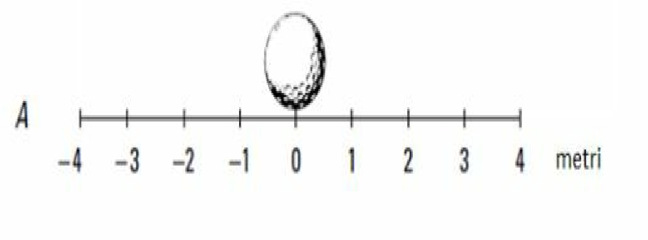


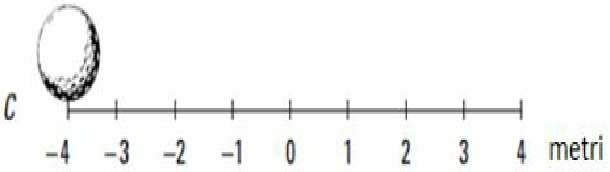
La pallina si è mossa e quindi ha avuto luogo uno "spostamento". In questo caso particolare lo spostamento è stato di 3 metri verso destra dato che la posizione iniziale della pallina era di 0 metri e quella finale sarà di +3metri. In termini fisici vedrete quasi sempre riferirsi allo "spostamento" tramite la variabile "s", il che denota l'enorme fantasia che permea l'intero mondo Fisico. Ma caliamoci ancor di più nelle vesti dello scienziato e andiamo maggiormente a scavare nei dettagli descrittivi del fenomeno cui abbiamo appena assistito. Introduciamo altre due variabili, anch'esse nell'esatta maniera in cui molto spesso vi capiterà di trovarle. Definiremo s_0 (a volte potrete trovare anche s_i) come la <u>posizione iniziale</u> della pallina e, con ragionamenti analoghi, definiremo s_f la <u>posizione</u>

finale. In tal modo, essendo passati dal diagramma A a quello B avremo avuto che lo spostamento s sarà stato uguale alla posizione finale meno quella iniziale:

$$s = s_f - s_0 = + 3m - 0m = 3m$$

Prestate attenzione però e non fatevi ingannare dalle apparenze. Non per forza gli spostamenti saranno sempre positivi(come nel caso del nostro esempio). Potranno essere pari a 0 o persino negativi. Ve ne rederete conto studiando il prossimo esempio in cui la nostra indefessa pallina da golf si muoverà verso una nuova location e giungerà in corrispondenza della tacca che segna -4metri sull’asticella. Chiaramente, anche in questo caso consideriamo la partenza dalla posizione 0metri.





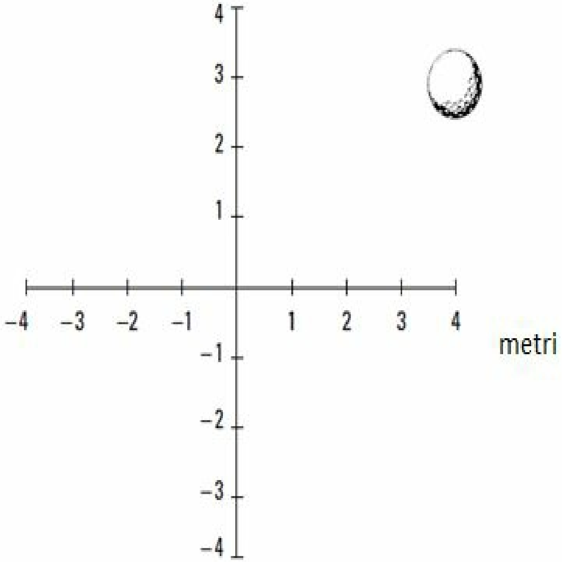
Qual è stato lo spostamento della pallina in tal caso? Semplice:

$$s = s_f - s_0 = -4m - 0m = -4m$$

Lezione 3

Tiriamo fuori dalla manica i nostri “assi” .

Vi do una brutta notizia. Il movimento che avviene nel mondo che ci circonda non è sempre lineare come nell’esempio della nostra pallina da golf. Il moto infatti può avvenire anche nelle due o tre dimensioni. E qualora si volesse esaminare il moto in due dimensioni avremmo bisogno di qualcosa di più della semplice asticella di misura. Avremmo bisogno di due asticelle che si intersecano e formano i cosiddetti “assi” . Avremo quindi un asse orizzontale, l’asse x, e uno verticale, l’asse y. Nei problemi a 3 dimensioni, come ormai avrete capito, avremo bisogno di un terzo “asse”, l’asse z, che graficamente uscirà letteralmente dalla nostra pagina. Ripartiamo dalla nostra pallina e caliamola in un movimento bidimensionale. Graficamente qualcosa del genere:



La pallina parte dal centro degli assi e si muoverà verso destra, in un moto bidimensionale questa volta. Rispetto agli assi appena introdotti, la pallina si sarà mossa di +4metri lungo l’asse x e di +3metri lungo l’asse y, il che può essere rappresentato tramite un punto di coordinate (4,3). Come potete notare, la misurazione lungo l’asse x verrà per prima, seguita da quella lungo l’asse y: (x,y). Ma cosa accade in termini di “spostamento”? Forse lo avrete già intuito, ma ve lo svelo lo stesso. Lo spostamento in realtà è un vettore. E quindi per trovare il nostro vettore spostamento abbiamo bisogno di trovare le sue componenti. Ebbene, il cambiamento lungo la posizione x, Δx(la lettera Δ in Greco esprime un cambiamento, sappiatelo), è uguale alla posizione x finale meno la posizione x iniziale. Niente di nuovo quindi. Perciò, se la nostra pallina è partita dal centro del grafico, l'origine del grafico è rappresentata dal punto di coordinate (0,0), il cambiamento subito lungo la posizione x sarà stato:

$$\Delta x = x_f - x_0 = + 4m - 0m = 4m$$

Il cambiamento lungo la posizione y invece:

$$\Delta y = y_f - y_0 = + 3m - 0m = 3m$$

Quindi il nostro vettore spostamento sarà:

$$\mathbf{s} = (\Delta x, \Delta y) = (4m, 3m)$$

Lezione 4

Misurare la rapidità

Nelle precedenti due lezioni abbiamo esaminato il moto di una pallina da golf in una e due dimensioni. Ma c'è tanto di più, da aggiungere alla fantastica storia del movimento, del semplice spostamento. Infatti, quando uno spostamento ha luogo, accade sempre in un certo intervallo di tempo, il che significa che avviene con una ben precisa rapidità. Ad esempio, ci si potrebbe chiedere quanto tempo impiega la nostra pallina per muoversi dalla sua posizione iniziale a quella finale. Se la risposta fosse ad esempio “15 anni”, vi rendete ben conto che immortalare il fenomeno sarebbe sul serio un tantino troppo lungo. Una risposta, invece, del tipo “12 secondi” sarebbe invece decisamente più realistica. Bene, se non si fosse ancora capito, quello che intendiamo fare nel prosieguo delle lezioni sarà misurare quanto rapidamente avviene uno spostamento. Perché, così come è possibile misurare lo spostamento, è altrettanto possibile misurare la differenza temporale fra l'inizio e la fine di un determinato movimento. Qualcosa che di solito capita di veder scritto in questi termini:

$$\Delta t = t_f - t_0$$

Avrete di certo riconosciuto, nella semplice formula sopra riportata, il tempo finale t_f e quello iniziale t_0. La differenza fra i due, fornisce l'intervallo di tempo necessario affinchè qualcosa accada. Nel nostro caso particolare, che la pallina da golf si muova verso la sua posizione finale. I veri scienziati devo essere bramosi di conoscere tutto riguardo a quanto rapidamente accadono le cose. E ciò può voler dire soltanto una cosa: imparare a misurare la rapidità.

Lezione 5

Rapidità o velocità? Questo è il dilemma!

Se avete letto le pagine precedenti, di certo già avrete un'idea di come possa essere espressa la rapidità. Se parlassimo da scienziati la risposta sarebbe:

rapidità= distanza/tempo

Ad esempio, qualora percorressimo una

distanza s in un tempo t, la nostra rapidità v nell'averlo fatto sarebbe :

v=s/t

Ovviamente esiste un motivo per cui la variabile "v" rappresentante la rapidità si chiama proprio "v". "v" sta per velocità. Ma non una velocità per così dire "reale", perché quella vera ha anche una direzione associata ad essa, cosa che ovviamente la rapidità non possiede. Per tale motivo la velocità è un vettore e di solito lo si rappresenta c o m e **v**. Se ricordate, i vettori possiedono sia un'ampiezza che una direzione, quindi conoscendo la velocità conosceremo non soltanto quanto rapidamente stiamo viaggiando ma anche in che direzione. La rapidità invece è soltanto un’ampiezza, un numero(giusto per intenderci qualora avessimo un vettore velocità, la rapidità rappresenterebbe soltanto la sua ampiezza e nient’altro più) e perciò lo si rappresenta di solito con una v(perché comunque rappresenta una velocità anche se non in tutto e per tutto) ma non in grassetto. Finora è tutto abbastanza facile, vero? Tecnicamente parlando(se vogliamo fare gli scienziati dobbiamo per forza far finta di parlare il tecnicese!), la rapidità è il cambiamento subito dalla posizione diviso il cambiamento subito dal tempo. Volendola rappresentare in formula, ricordando il significato della lettera Greca Δ e assumendo che ci si stia muovendo lungo l'asse x, avremo:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$$

Adesso avrete capito perché continuavo a parlare di rapidità e non di velocità! A proposito, non crederete che esista soltanto una forma di rapidità? Impareremo a conoscerle tutte quante tra poco.

Lezione 6

Quanto rapido sono in questo preciso momento? La rapidità istantanea!

Ormai avete tutti quanti un’idea di cosa sia la rapidità, vero? La rapidità è ciò che viene misurato tramite il tachimetro della vostre auto, corretto? Quindi tutto ciò che dovete fare è abbassare gli occhi, leggere la vostra rapidità e, il gioco è fatto! Leggerete qualcosa del tipo: 90Km/h. Chiaramente se vi trovate su percorsi urbani sarà molto meglio per voi rallentare immediatamente! Ok, lo fate subito, e adesso la vostra rapidità è diventata 50km/h. Ma allora qual è la vostra vera rapidità? 90km/h o 50km/h? La risposta è semplice. Ciò che state leggendo sul tachimetro è la vostra rapidità in quel ben preciso istante. In altre parole è la vostra rapidità istantanea. La comprensione della rapidità istantanea è un punto cruciale nella fisica della rapidità. Se state andando a 60km/h, questa è la vostra rapidità istantanea. Se vi viene in mente di accelerare arrivando a 70km/h allora quest'ultima sarà diventata la vostra rapidità istantanea. In altre parole, la rapidità istantanea è la rapidità in un ben preciso istante di tempo(la solita fantasia dei fisici!). Magari fra 5 secondi la vostra rapidità istantanea sarà totalmente differente! Si tratta della prima forma di rapidità. Esaminiamo un altro caso. Siamo in macchina e viaggiamo a una rapidità di 50km/h. C'è una cosa che però non vi ho detto? Abbiamo deciso che questa sarà la nostra rapidità per l'intero viaggio e che non la cambieremo mai. In tal caso, i fisici parlerebbero di rapidità uniforme oppure di rapidità costante . Il moto uniforme è davvero il più semplice profilo di variazione della rapidità da descrivere, perché la rapidità non cambia mai. Tuttavia quest'ultima, la rapidità costante, non è la tipologia di rapidità che vi capiterà più spesso di incontrare nel mondo reale. Il moto non uniforme , ovvero quello che varia nel tempo, sarà la più frequente. Prendiamo il caso della macchina. Quando guidiamo, ci capita spessissimo di cambiare la nostra rapidità e questi continui cambi di rapidità verranno alla luce tramite un’equazione che avrà le seguenti sembianze:

$$\Delta v = v_f - v_0$$

Dove chiaramente v_f sarà la vostra velocità finale e v_0 quella di partenza.

Lezione 7

Sporchiamoci le mani di calcoli: la rapidità media!

Estate. Caldo torrido. Periodo di ferie anche per i più agguerriti lavoratori. Immaginiamo di vivere tutto l'anno in Emilia Romagna, nella parte emiliana però, lontanissimi dal mare, e di voler andare a trovare i nostri parenti in Calabria. Sì, lo ammettiamo, i parenti sono soltanto una scusa. Noi abbiamo urgentemente bisogno di andare a mare! Una distanza di circa 1000km ma che di certo coperta la quale ci farà trascorrere una vacanza eccezionale. Allora ci mettiamo in macchina e cominciamo a viaggiare. Alla fine il nostro lungo viaggio durerà immaginiamo 4 giorni. La domanda a cui vorremo trovare risposta sarà: qual è stata la nostra rapidità? Semplice. La rapidità è pari alla distanza percorsa diviso il tempo impiegato a percorrerla, quindi:

$$\frac{1000\ \text{km}}{4\ \text{giorni}} = 250$$

Sì ma 250 cosa? La nostra unità di misura sarà km/giorni, il che non è proprio usuale e standard da consentirci di capire quanto rapidi siamo stati. Ci servirebbe conoscere la rapidità nei nostri soliti km/h, allora sì che sarebbe tutto più chiaro. I km li abbiamo già al numeratore, quindi il problema sono i giorni. Bisogna convertirli in ore. Sappiamo che 1 giorno è composto da 24 ore. E sappiamo che a noi serve far scomparire i giorni, nella formula sopra riportata, e far comparire le ore. Facciamo questa moltiplicazione:

$$\frac{1000 \text{ km}}{4 \text{ giorni}} * \frac{1 \text{ giorno}}{24 \text{ ore}} = 10{,}41 \text{ km/h}$$

Quindi, in definitiva, siamo andati alla bellezza di 10,41km orari. Okay la risposta adesso è più intellegibile, ma al contempo ci sembra molto strano che la nostra rapidità sia stata così bassa. Noi, di solito, non siamo delle lumache al volante e in autostrada ci sembra sempre di essere in un gran premio. E allora dove sta l’errore? Nessun errore. In realtà ciò che è stato appena calcolato è u n a rapidità media , ,valutata sull’intero viaggio, ottenuta dividendo la distanza totale percorsa per il tempo totale di viaggio, il che include anche le nostre soste all’autogrill e i nostri pernottamenti(in cui chiaramente non abbiamo guidato).

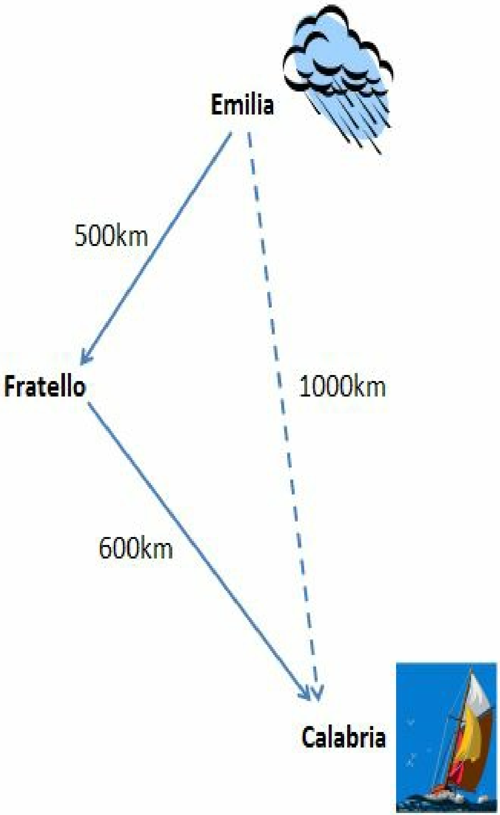
Lezione 8

Rapidità media e rapidità istantanea:

2 rapidità contrastanti!

Abbiamo finora capito come rapidità media e istantanea siano differenti(a meno che non stiamo viaggiando di moto uniforme, nel qual caso la rapidità non cambierà mai). Infatti, dal momento che la rapidità media è pari alla distanza totale diviso il tempo totale, potrebbe essere estremamente differente da quella istantanea. Come accennato in precedenza, durante il nostro viaggio dall’Emilia alla Calabria potremmo fermarci a dormire in albergo diverse notti. E sappiamo bene che mentre dormiamo la nostra rapidità istantanea è pari a 0km/h. Tuttavia, anche nel preciso istante in cui stiamo dormendo in hotel la nostra rapidità media sarà pari a 10,41 km/h. Ciò perché noi misuriamo la rapidità media dividendo l’intera distanza, 1000km, per l’intero tempo impiegato a percorrerla, 4 giorni.

Altra cosa molto importante è che la rapidità media dipende dal punto di partenza e dal/dai punto/i di arrivo. Mi spiego con un esempio. Stiamo viaggiando alla volta delle dorate spiagge calabresi ma, una volta giunti all'altezza di metà Italia ci viene improvvisamente voglia di fare visita a un nostro fratello che non sentiamo da tantissimo tempo. Nostro fratello abita in una piccola cittadina laziale sulle rive del mar Tirreno. Ormai è deciso. Bisognerà fare una deviazione al nostro percorso originario. Qualcosa del genere:


Emilia
500km
Fratello
1000km
600km
Calabria

Quindi , come si può vedere sopra, si opterà per fare i primi 500 km per giungere da nostro fratello e poi altri 600km per raggiungere la Calabria. Immaginando di viaggiare a 110km/h, e dovendo coprire 500+600=1100km, impiegheremo 10 ore. Tuttavia, calcolando la nostra rapidità considerando la distanza fra punto di partenza e di arrivo, in linea d'aria per così dire, avremmo:

1000km/10h= 100km/h

In tal modo abbiamo calcolato la

rapidità media lungo il tragitto, tratteggiato sul grafico, che congiunge punto di partenza e di arrivo del nostro viaggio. Il che non è un male, se è ciò che realmente volevamo sapere, ma diventa un errore se in realtà siamo interessati a conoscere la rapidità media tenuta lungo ciascuna delle due gambe di percorso che saremo costretti a percorrere se vogliamo andare a visitare nostro fratello. In tale ultimo caso, infatti, bisognerà misurare il tempo necessario a percorrere ciascuna gamba e dividerlo per la lunghezza del rispettivo tratto di percorso, per ottenere ovviamente la rapidità media di ciascuna delle due parti in cui abbiamo deciso di suddividere il tragitto totale. Se ci muoviamo a rapidità uniforme il nostro compito si semplifica notevolmente. Basterà infatti considerare la distanza totale percorsa, ovvero 500+600=1100km(e non 1000km), e dividerla per le 10 ore calcolate sopra, ottenendo i nostri 110km/h. Quest'ultima, viaggiando noi a rapidità costante, sarà la rapidità media tenuta lungo ciascuna delle due gambe del percorso, dato che i nostri 110km/h saranno anche la nostra rapidità istantanea in ogni punto del percorso(perché la nostra rapidità rimarrà costante per tutto il viaggio).

In chiusura di tale lezione ripetiamo un qualcosa già sottolineata in precedenza, ma che merita rinnovata attenzione. Quando consideriamo il movimento in fenomeni fisici, la rapidità non è la sola a contare, anche se è ciò in cui ci imbattiamo praticamente ed è un semplice numero(e tutti quanti preferiscono i numeri ai concetti); conta altrettanto la direzione. Ciò è il motivo per cui la velocità è estremamente importante. Perché ci consente di registrare di un oggetto sia la rapidità che la direzione. E tale coppia vincente, rapidità e direzione, ci consentirà di studiare tutti i casi, come quello rappresentato nel nostro ipotetico viaggio a due tappe, in cui la direzione può cambiare.

Lezione 9

Diamo gas al movimento. Parliamo di accelerazione!

Siamo in autostrada e a un certo punto sentiamo il bisogno di fare una sosta. Ci fermiamo allora al primo autogrill, beviamo un caffè caldo e ci concediamo pure un cornetto al cioccolato. Sosta terminata. Ci rimettiamo in macchina e ci avviamo verso l'uscita quando uno stridore di pneumatici rapisce la nostra attenzione. Sappiamo benissimo di cosa si tratta. È la solita persona dai modi poco raffinati che non sopporta rimanere in fila e intende passarci davanti. E in effetti così accade. La macchina dietro di noi , con una roboante accelerazione e una manovra al limite del concesso, si accosta alla nostra macchina per subito dopo sorpassarci. Tralascio la descrizione dei nostri pensieri in quegli attimi concitati, e vi dico solo che il dito medio alzato è una cosa che non si poteva evitare! Ci siamo finalmente reimmessi in autostrada e procederemmo pure con la nostra solita andatura, se non fosse per il nostro solito amico che, giusto di fronte a noi, comincia a decelerare e a costringerci a schiacciare il piede sul pedale del freno per evitare il tamponamento. L'unica fortuna che abbiamo è che conosciamo la fisica a menadito e agiamo di conseguenza.

Come vedete , così come era accaduto per la rapidità, anche di accelerazione abbiamo già sentito parlare. In termini fisici l'accelerazione , **a**, esprime di quanto cambia la nostra velocità in un dato intervallo di tempo. Ovvero, in termini matematici:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Date quindi le velocità iniziale e finale, v_0 e v_f rispettivamente, e gli istanti di tempo iniziale e finale in mezzo ai quali la nostra velocità cambierà, t_0 e t_f, l'equazione sopra riportata potrà essere riscritta come:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

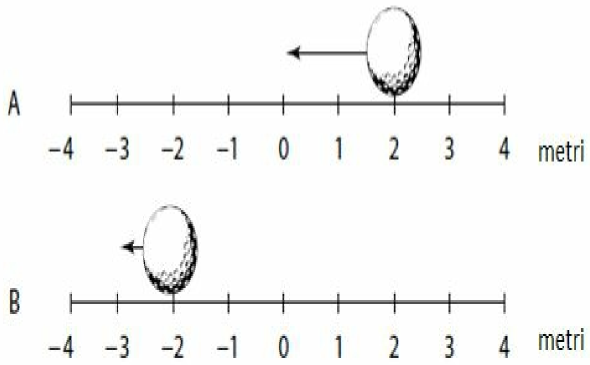
Lezione 10

Riconoscere accelerazioni positive e negative

Anche nel caso delle accelerazioni , così come già accaduto per le rapidità, bisogna stare estremamente attenti ai segni. Ovvero, anche le accelerazioni possono essere positive o negative, e quindi è necessario essere sicuri al 100% di aver centrato nel “segno”. Facciamo un esempio per capirci meglio. Stiamo viaggiando in auto e ad un certo punto cominciamo a decelerare

finchè la nostra auto non si sia fermata del tutto. In tal caso la nostra rapidità iniziale era positiva mentre quella finale sarà pari a 0, il che vuol dire che la nostra accelerazione sarà stata negativa.
L'accelerazione quindi, come la rapidità, possiede un segno e delle proprie unità di misura. Ma attenzione a non farvi trarre in inganno da un pensiero che potrebbe affiorare nella vostra testa. Attenzione a non considerare che un'accelerazione negativa(una decelerazione) voglia sempre significare "frenare" e una

positiva voglia sempre significare “dare gas”. Facciamo un esempio utilizzando la nostra inseparabile nuova pallina da golf.



Nel diagramma A la nostra pallina si sta muovendo felicemente in direzione negativa. Nel diagramma B la pallina si sta ancora muovendo in direzione negativa ma con una rapidità inferiore rispetto a prima. Ora, dal momento che la rapidità negativa della pallina è diminuita, l'accelerazione sarà stata positiva durante questo calo di rapidità. In altre parole, e in termini un tantino più pratici, per rallentare la rapidità negativa della pallina bisognerà contrastarla con un pizzico di rapidità positiva, il che vuol dire che l'accelerazione subita dalla nostra pallina sarà stata positiva. Ricordate sempre che il segno dell'accelerazione ci dirà come sta cambiando la nostra rapidità. Un'accelerazione positiva ci dirà che la rapidità sta crescendo in direzione positiva. Mentre un'accelerazione negativa ci dirà che la rapidità sta crescendo in direzione negativa.

Lezione 11

Accelerazione istantanea e accelerazione media.

Ancora una volta, così come è possibile esaminare la rapidità istantanea e quella media, allo stesso modo si dovrà distinguere fra <u>accelerazione istantanea</u> e <u>accelerazione media</u>. L'accelerazione media non è altro che il rapporto fra il cambiamento in velocità e quello nel tempo. Ovvero, per calcolare l'accelerazione media, definita $\bar{a}$, basterà prendere la velocità finale, sottrarle quella iniziale e dividere il risultato per il tempo totale(ovvero tempo finale meno tempo iniziale):

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

Tale equazione ci fornirà un'accelerazione media, ma la nostra accelerazione potrebbe non essere pari al valore medio per tutto l'intervallo di tempo considerato. In un ben preciso istante l'accelerazione che misuriamo è quella istantanea per l’appunto, e tale numero potrebbe essere differente da quello dell’accelerazione media. Ad esempio, qualora scorgessimo negli specchietti retrovisori i lampeggianti blu di una macchina della polizia incalzare alle nostra spalle, incolleremmo immediatamente il piede sul pedale del freno, il che ci darebbe un’enorme decelerazione. Se invece immaginiamo di starci avvicinando a uno stop, di certo inizieremmo a frenare lentamente inducendo una decelerazione molto più lieve rispetto a prima e magari non sempre la stessa in tutti i punti del tragitto che ci separa dallo stop. Ad ogni modo, l'accelerazione media è un singolo valore derivato dal rapporto fra il cambiamento complessivo di velocità e il tempo complessivo impiegatoci a metterlo in atto. Giusto come brevissima digressione, anche l'accelerazione può essere uniforme o non uniforme. All'uniformità ci arriverete anche da soli. La non uniformità dell'accelerazione richiederà invece un cambiamento nell'accelerazione stessa. Ad esempio, stiamo guidando e lungo il nostro tragitto ci capita di incontrare un sacco di segnali di stop e di semafori rossi. Bene, quando deceleriamo, in presenza di uno stop, e poi acceleriamo nuovamente stiamo prendendo parte a un tipico esempio di accelerazione non uniforme.

Lezione 12

Accelerazione, tempo e spostamento.

Tutti insieme appassionatamente!

Finora abbiamo trattato 4 differenti entità legate indissolubilmente al movimento: accelerazione, rapidità, tempo e spostamento. Abbiamo visto come, per legare lo spostamento al tempo, al fine di ottenere la rapidità(in una dimensione chiaramente) si possa utilizzare la semplice equazione:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Per trovare l'accelerazione (sempre in una dimensione), a partire dalla rapidità e dal tempo, si può utilizzare la seguente equazione:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

Tuttavia non siamo ancora soddisfatti, perché le equazioni sopra riportate intendono spingersi soltanto di un livello in profondità, legando rapidità a spostamento e tempo, e accelerazione a rapidità e tempo. Cosa accadrebbe invece se volessimo legare l'accelerazione allo spostamento e al tempo, facendo un doppio salto. Cerchiamo di capirlo analizzando un esempio. Ipotizziamo di non essere più soddisfatti della nostra magra carriera da corridori di lunghe gare sempre uguali a se stesse. No, si cambia. Vogliamo diventare dei corridori da qualifica, ovvero concentrarci sul singolo giro anziché sull'intera gara. Se possibile anche meno. Dopo il primissimo test abbiamo in mano la distanza percorsa, circa 402 metri, e il tempo impiegato a percorrerla, 5,5 secondi. Sì ma vogliamo sapere qual è stato il nostro colpo di pedale appena scesi in pista. Detto altrimenti vogliamo conoscere qual è stata la nostra accelerazione. Bella domanda. Vogliamo legare accelerazione , tempo e spostamento, lasciando totalmente in disparte la rapidità. È realmente possibile farlo? Vediamolo subito.

Per ottenere ciò che vogliamo, ovvero legare accelerazione, tempo e distanza, mescoliamo un tantino le equazioni in nostro possesso finchè non arriviamo al punto. Sappiamo che lo spostamento equivale alla velocità media moltiplicata per il tempo:

$s = \bar{v}t$

Questo è il nostro punto di partenza. Ma qual è la nostra velocità media durante tale nuova corsa "a corto raggio" partendo dalla nostra posizione precedente? Partiamo da 0 e arriviamo alla fine molto rapidamente. Dal momento che la nostra accelerazione è stata costante(pedale a tavoletta sull'acceleratore), la nostra rapidità sarà cresciuta in maniera lineare da 0 al valore finale. In media, la nostra rapidità sarà stata pari a metà del valore finale, proprio perché sappiamo che l'accelerazione è stata costante. La nostra rapidità finale varrà :

$$v_f = at$$

Il che significa che la nostra rapidità media sarà stata:

$$\bar{v} = \frac{1}{2}at$$

Finora dovrebbe essere tutto okay. Adesso inseriamo tale rapidità media nell'equazione $\Delta s = \bar{v}t$, ottenendo:

$$s = \bar{v}t = \frac{1}{2}v_f t = \frac{1}{2}(at)t$$

Ovvero:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Si può inoltre sostituire a t, $t_f - t_0$, ottenendo finalmente:

$$s = \frac{1}{2}a(t_f - t_0)^2$$

Meritiamo di farci le congratulazioni da soli. Abbiamo appena ottenuto una delle più importanti equazioni di cui necessitiamo quando bisogna risolvere problemi fisici in cui sia necessario legare accelerazione, spostamento e tempo.

Lezione 13

Equazioni per situazioni un po' più "spinte"

Cosa sarebbe della nostra fantastica equazione, appena ricavata, se ci trovassimo nella condizione di <u>non</u> partire con rapidità pari a zero(da fermi per intenderci) e volessimo ancora legare accelerazione, tempo e spostamento? Cosa accadrebbe se stessimo andando a 100km/h, ad esempio? Tale rapidità iniziale di certo dovrà in qualche modo aggiungere un contributo alla distanza finale coperta. Ricordando allora che la distanza è pari alla rapidità moltiplicata per il tempo, la nostra fantastica equazione appena ottenuta, diverrà un tantino più lunga:

$$s = v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2}a(t_f - t_0)^2$$

Un bel boccone da digerire, vero? Se posso , non vi raccomando di imparare a memoria o cercare di ricordare a tutti i costi tale equazione nella sua forma estesa. Ammesso che chiaramente siate delle persone normali come me e non abbiate una formidabile memoria fotografica! È già sufficientemente arduo memorizzare l’equazione:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Chiaramente qualora non partiate a 0 secondi, bisognerà sottrarre il tempo iniziale per ottenere il tempo totale in cui l’accelerazione avrà avuto luogo. Ma se memorizziamo soltanto la forma contratta dell’equazione dell’accelerazione, come faremo a risolvere i problemi in cui non si parte a riposo(da fermi)? Ammettetelo, era proprio questo ciò a cui stavate pensando! Semplice. Basta soltanto un pizzico di buon senso, che vi aiuterà sempre molto più che cercare di applicare meccanicamente delle formule senza minimamente sapere cosa diavolo sta succedendo in realtà(che alla fine è il motivo principale dell'insorgere di numerosi problemi!). Qualora non si parta da una condizione di riposo, basterà aggiungere, al risultato ottenuto per l'accelerazione(l'equazione per così dire contratta), la distanza che deriva dal fatto di possedere una velocità iniziale. Stop. Tutto qui. E adesso vediamo un po' di numeri. Ritorniamo al nostro problema di partenza, da cui tutto quanto è scaturito e cerchiamo di risolverlo. Qualora non ricordaste, volevamo sapere quale fosse l'accelerazione costante sostenuta durante la nostra gara "a corto raggio": 402 metri percorsi in 5,5 secondi. Bene, adesso conosciamo la relazione che lega accelerazione, distanza e tempo.

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Basterà soltanto giocare un po' di algebra, riarrangiando l'equazione in modo da legare tutte le quantità che conosciamo alla sola quantità non nota: l'accelerazione per l'appunto.

Nel nostro caso, dividendo ambo i lati dell'equazione per t^2 e moltiplicando per 2 avremo:

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

Inserendo i valori, otterremo:

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2(402m)}{(5,5s)^2} = 26,6 \text{ m/s}^2$$

Okay circa 27 metri per secondo^2. Ma in termini più comprensibili, cosa vuol dire? In televisione , durante i gran premi di formula uno, sentiamo sempre parlare i telecronisti di accelerazioni di 2g, 3g etc. Cosa intendono? Semplice. L'accelerazione dovuta alla gravità, "g" per l'appunto, è pari a 9,8 metri per secondo^2. Quindi, nel nostro esempio, l'accelerazione è circa pari a 2,7g.

Lezione 14

Rapidità, accelerazione, spostamento e tempo. Tutti insieme appassionatamente!

Finora siamo stati in grado di risolvere problemi, anche complessi, grazie alla nostre nuove conoscenze fisiche. Adesso continueremo lungo la medesima strada e affronteremo un nuovo problema. Immaginiamo ancora di essere i formidabili corridori lungo le brevi distanze(sempre con partenza da fermi) e di voler rispondere a un nuovo quesito. Questa volta conosciamo la nostra accelerazione, 26.6 metri per secondo^2, e la nostra rapidità finale, 146.3 metri per secondo. Con tali informazioni in mano, si vuole conoscere la distanza totale percorsa. Sarete di certo estremamente confidenti di riuscire a farlo e starete già prendendo in mano la vostra calcolatrice. Ma come al solito, io consiglio il buon senso e la riflessione , prima di tutto.

Noi conosciamo l'accelerazione e la

rapidità finale e vogliamo sapere quale sia la distanza coperta affinchè si arrivi a tale ben precisa rapidità finale. Il problema comincia subito ad apparire come un enigma, anche perché tutte le equazioni scoperte finora hanno sempre coinvolto il tempo. E io vi risponderò: bene , allora tiriamo fuori il tempo dalle informazioni che abbiamo! Conosciamo la rapidità finale, v_f ,e quella iniziale, v_0 (pari naturalmente a zero perché si parte da fermi), e conosciamo inoltre l'accelerazione a. Ricordando che :

$$v_f - v_0 = at$$

Riarrangiando l'equazione avremo:

$$t = (v_f - v_0)/a = (146.3\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s})/$$

$$(26.6\ m/s^2)=5.5\ s$$

Adesso abbiamo anche il tempo. Ci manca soltanto la distanza e il gioco è fatto. Partiamo dalla seguente equazione generale vista in precedenza:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Il primo termine è pari a zero dato che $v_0 = 0$. Quindi tutto ciò che rimane da fare è inserire i numeri nella formula residua:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(26.6\frac{m}{s^2})(5.5s)^2$$ =402m

In altre parole la distanza totale coperta sarà stata di 402 metri. Però , siamo diventati davvero dei gran corridori!

Adesso, se siete dei veri patiti di equazioni , possiamo scoprire l’ultima(ve lo prometto) di questo interessantissimo capitolo. Immaginiamo di voler legare distanza, accelerazione e rapidità. La prima cosa da fare è, lo abbiamo appena visto, trovare il tempo:

$$t = (v_f - v_0)/a$$

Ora, dal momento che lo spostamento è pari a $\bar{v}t$ e $\bar{v}$=1/2 ($v_f + v_0$), quando naturalmente si parla di accelerazione costante, avremo:

$$s = \frac{1}{2}(v_f + v_0)t$$

Sostituendo il tempo avremo:

$$s = \frac{1}{2}(v_f + v_0)t = \frac{1}{2}(v_f + v_0)[\frac{(v_f - v_0)}{a}]$$

Utilizzando un po' di algebra avremo:

$$s = \frac{1}{2}(v_f + v_0)t = \frac{1}{2}(v_f + v_0)\left[\frac{(v_f - v_0)}{a}\right] = (v_f^2 - v_0^2)/(2a)$$

Spostando il termine $2a$ dall'altro lato dell'equazione otterremo un'importante equazione del moto:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2as = 2a(x_f - x_0)$$

Memorizzando tale ultima importantissima equazione , saremo in grado di legare velocità, accelerazione e distanza. A questo punto possiamo realmente considerarci dei guru del movimento!

Moto circolare

Lezione 1

Introduzione

Il moto circolare viene sempre trattato alla stregua di un protagonista secondario all'interno del fantastico palcoscenico del movimento fisico. Sinceramente mi sono sempre chiesto il perché e sinceramente non sono mai riuscito a darmi una risposta. Lo studio del moto circolare è in realtà interessantissimo e abbraccia fenomeni altrettanto interessanti, anche fuori dall'ordinario, come il movimento dei razzi attorno ai pianeti o lo sfrecciare delle macchine da corsa attorno alle più veloci piste del mondo. Nelle lezioni precedenti abbiamo introdotto e discusso concetti come spostamento, velocità e accelerazione. Ora sarà il momento di capire in che modo funzionino tali stessi concetti quando però si stia percorrendo una traiettoria circolare. Con immensa gioia, scopriremo che esisteranno equivalenti "circolari" per ciascun concetto appena trattato, il che renderà la gestione del moto circolare una semplice formalità.

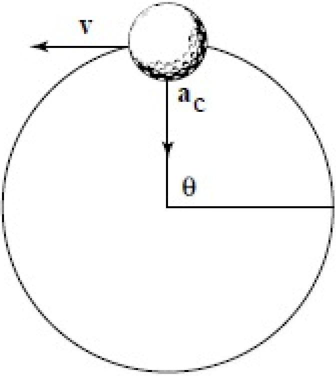
Si tratterà soltanto di calcolare spostamento angolare, velocità angolare e accelerazione angolare. Sì, tutto qui. Invece di parlare di uno spostamento lineare, tratteremo uno spostamento angolare e lo esprimeremo in termini di angoli. La velocità angolare invece indicherà quale angolo sia stato coperto in un ben determinato numero di secondi. Infine, l'accelerazione angolare ci indicherà quanto rapidamente sarà cambiata la velocità angolare. È semplice , vero? Tutto ciò che bisogna fare è prendere le equazioni lineari e sostituirle con le equivalenti angolari: spostamento angolare al posto dello spostamento, velocità angolare al posto della velocità e accelerazione angolare al posto dell'accelerazione. Non vi ho ancora convinti del tutto? È arrivato il momento di provare le vertigini con il moto circolare!

Lezione 2

Moto circolare uniforme. Cerchiamo di capirne di più!

Un oggetto con moto circolare uniforme sta viaggiando lungo una traiettoria circolare con rapidità costante. Volete un esempio pratico per intenderci meglio? Non è facile da trovare ma , alla fine, basta considerare un orologio la cui lancetta dei secondi si muova di moto costante. Secondo voi potevamo abbandonare la nostra cara pallina da golf in questo nostro nuovo viaggio?

Impossibile. Per i nostri utili scopi didattici, immaginiamo di fissarla all’estremità di una corda e di cominciare a farla girare lungo una traiettoria circolare. Muovendosi attorno al cerchio così descritto, la pallina viaggerà a rapidità uniforme(badate bene non a velocità uniforme dato che la sua direzione cambierà istante per istante) e quindi è lecito affermare che si stia muovendo di moto circolare uniforme. Graficamente qualcosa del genere:



Vi svelo un segreto. Ciascun oggetto che si muova di moto circolare uniforme impiegherà sempre il medesimo lasso di tempo per compiere un giro completo(per coprire totalmente la traiettoria circolare descritta). Tale lasso di tempo è definito <u>periodo</u> e viene indicato come T. È molto semplice legare la rapidità della nostra pallina da golf al suo periodo, perché sappiamo che ogni volta la pallina coprirà una distanza circolare che sarà pari alla circonferenza del cerchio descritto. E quest'ultima, considerando un raggio r del cerchio stesso, sarà pari a $2\pi r$. Quindi, per ottenere l'equazione del periodo di un oggetto, partiremo col trovare la sua velocità:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Invertendo poi la posizione di v e T,

otterremo:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Semplice, vero? Vediamo un esempio pratico. Immaginiamo di possedere una corda lunga 1 metro, di fissare la nostra pallina da golf alla sua estremità, e di cominciare a farla roteare in aria in modo tale che compia una rivoluzione ogni mezzo secondo. Volgiamo sapere quanto rapidamente si muoverà la pallina. Sostituendo i numeri alla nostra semplice formula, avremo:

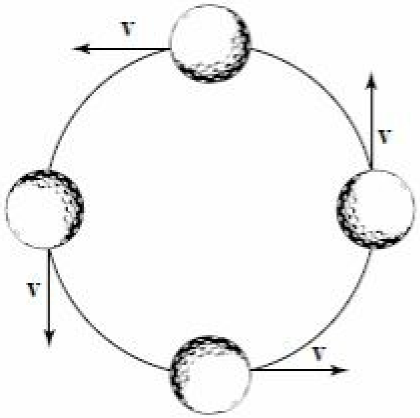
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2(3.14)(1m)}{(0.5s)} = 12.6 \text{ m/s}$$

La nostra pallina si muoverà alla rapidità di 12.6 m/s. Speriamo soltanto che la corda sia sufficientemente resistente!

Lezione 3

Creiamo l’accelerazione centripeta!

Per fare in modo che un oggetto si muova di moto circolare, la sua velocità deve necessariamente cambiare costantemente direzione. Realisticamente, qualcosa del genere:

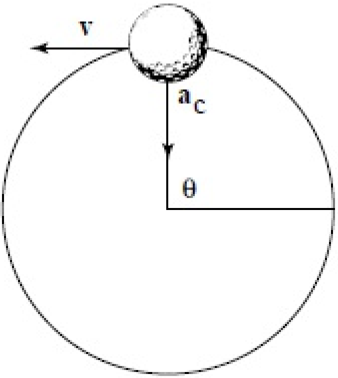


Ma ciò vorrà dire che verrà creata un'accelerazione, detta <u>accelerazione centripeta</u>, la quale è necessaria, quindi, affinchè un oggetto si possa muovere di moto circolare. In definitiva, in ogni punto della traiettoria la velocità dell’oggetto cambierà direzione e sarà perpendicolare al raggio del cerchio. Questa è una regola da tenere a mente e che varrà per qualsiasi oggetto: la velocità di un oggetto in moto circolare uniforme è sempre perpendicolare al raggio del cerchio. Nel nostro pratico esempio, immaginiamo che la corda cui è fissata la nostra pallina si spezzi in corrispondenza del punto rispettivamente in alto o in basso o a sinistra o a destra. In tal caso dove andrebbe a finire la nostra pallina? La risposta è semplice. Se la velocità punta a destra, la pallina volerà via verso destra, se punta in basso , volerà via verso il basso , e così via, ormai avete capito. Magari non è una cosa intuitiva, ma vi assicuro che è così. Per oggetti che si muovono di moto circolare uniforme la velocità sarà sempre ad angoli retti rispetto al percorso seguito dall'oggetto stesso. In ogni momento la velocità punterà lungo quella minuscola porzione rettilinea di circonferenza in cui si trova l'oggetto. Per tale motivo la velocità si dice essere tangenziale al cerchio.

Lezione 4

In che modo l'accelerazione centripeta controlla la velocità?

Ma cosa c'è di tanto speciale dietro un semplice moto circolare uniforme? Cerchiamo di spiegarlo. Quando un oggetto si muove di moto circolare uniforme, la sua rapidità è costante, il che vuol dire che l'ampiezza della velocità dell'oggetto non cambia. Quindi l'accelerazione non potrà avere componenti lungo la direzione della velocità, perché se ne avesse l'ampiezza della velocità cambierebbe! Ad ogni modo qualcosa cambia della velocità, come detto in precedenza, ed è la direzione. E lo farà costantemente, piegandosi in continuazione in modo tale che l'oggetto mantenga sempre il proprio movimento lungo il cerchio. Perché ciò accada l'accelerazione centripeta dell'oggetto sarà sempre rivolta verso il centro(la solita fantasia nella nomenclatura fisica) del cerchio, perpendicolare alla velocità dell'oggetto stesso in ogni punto. È l'accelerazione centripeta che cambia la direzione della velocità dell’oggetto mantenendone al contempo costante l’ampiezza. Inconsapevolmente vi ho già presentato l’accelerazione centripeta qualche pagina fa. Era la nostra a_c:



A questo punto pongo un quesito, che potrebbe sorgere ai più curiosi: ma se la nostra pallina viene accelerata verso il centro del cerchio per fornire accelerazione centripeta, per quale motivo la pallina non ci cade in mano? La risposta è che la pallina si sta già muovendo. L'accelerazione fornita agirà sempre perpendicolarmente alla velocità e perciò modificherà soltanto la direzione della velocità stessa e non la sua ampiezza.

Lezione 5

È arrivato il momento di calcolare l’accelerazione centripeta!

Finora abbiamo rimarcato il fatto di come sia sempre necessario accelerare un oggetto verso il centro della sua traiettoria circolare per fare in modo che l’oggetto stesso continui a muoversi di moto circolare. Ma è possibile calcolare l’ampiezza dell’accelerazione che andremo a creare? La risposta è ovviamente sì. Se un oggetto si muove di moto circolare uniforme con rapidità v e raggio della traiettoria r, è possibile determinare l'accelerazione centripeta con la seguente semplice equazione:

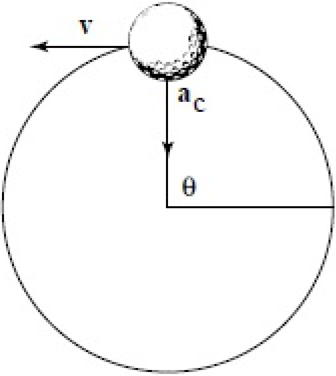
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Volendo esaminare un esempio pratico, immaginiamo di essere in macchina e di star percorrendo una serie di curve a rapidità sostenuta. Ciò che abbiamo appena appreso è che , per ciascuna rapidità costante, dall'equazione $a_c = \frac{v^2}{r}$ si può notare che l'accelerazione centripeta è inversamente proporzionale al raggio della curva, che ovviamente sappiamo valutare dall’esperienza. La cosa interessante è che, nelle curve più strette, la nostra auto avrà bisogno di fornire una ingente accelerazione centripeta!

Lezione 6

Equivalenti angolari per le nostre equazioni lineari.

Vi svelo un segreto. In realtà è possibile descrivere il moto circolare in una qualche maniera “lineare”. Bisognerà però abituarsi un po’ all’idea. Soffermiamoci nuovamente su una delle precedenti figure :



Alla fine la nostra pallina non coprirà una distanza in maniera lineare. Non è assolutamente possibile tracciare su una linea retta le coordinate lungo l'asse x e y rappresentanti il movimento della pallina. Tuttavia , tale particolare moto della pallina ci fornisce una coordinata la cui evoluzione può essere rappresentata come una linea retta nel moto circolare uniforme. Si tratta dell'angolo θ. Posto su un grafico, l'angolo totale coperto dalla nostra pallina crescerà seguendo una linea retta. Quindi, in definitiva, quando si parla di moto circolare, bisognerà pensare all'angolo θ allo stesso modo in cui si pensa allo spostamento s nel moto lineare. L'unità di misura standard utilizzata per tale versione "lineare" del moto circolare è il radiante, non il grado come ci si potrebbe attendere. Un cerchio intero è composto da 2π radianti, il che equivale anche a 360°, come ben saprete. Quindi 360°=2π radianti. Detto altrimenti, percorrendo un cerchio intero avremo viaggiato per 360° , oppure per 2π radianti. Un mezzo cerchio sarà π radianti. Un quarto di cerchio è $\frac{\pi}{2}$ radianti. Per convertire i radianti in gradi o viceversa, il calcolo da fare è molto semplice. Partiamo dall'unica cosa che conosciamo finora. Ovvero che 360°=2π radianti(ovvero 2 moltiplicato per 3.14). Immaginiamo di avere $\frac{\pi}{2}$ radianti e di voler sapere a quanti gradi corrispondono. Il calcolo di conversione sarà il seguente:

$$\frac{\pi}{2}\text{ radianti}\left[\frac{360°}{2\pi\text{ radianti}}\right] = 90°$$

Quindi, come già detto in precedenza,

$$\frac{\pi}{2}\text{radianti} = 90°$$

.

Ora torniamo a noi. Il fatto di poter pensare all'angolo θ nel moto circolare nell'esatta maniera in cui pensiamo allo spostamento s in quello lineare è davvero una gran cosa. Perché ciò vuol dire che esisterà una controparte angolare per ciascuna delle equazioni lineari viste in precedenza. Ricordiamo quest'ultime per comodità:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$s = v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2}a(t_f - t_0)^2$$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2as$$

Per trovare le controparti angolari di ciascuna di tali equazioni, basterà soltanto fare delle sostituzioni. Al posto di “s”, utilizzato nei viaggi lineari, utilizzeremo θ, lo spostamento angolare. E cosa utilizzeremo al posto della velocità v? Ma certo, utilizzeremo la velocità angolare, ω, ovvero il numero di radianti coperti in un secondo:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Il che è veramente molto vicino all’espressione utilizzata per definire la rapidità lineare:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Vediamo un semplice esempio. Immaginiamo ancora che la nostra povera pallina sia fissata all'estremità di una corda e che iniziamo a farla girare. Essa compie un giro completo, ovvero 2π radianti, in mezzo secondo. Siamo in grado di determinare la sua velocità angolare? Abbiamo in mano la formula che ci serve. Basta soltanto sostituire i valori:

$$\square = \frac{\Delta \square}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ radianti}}{0{,}5 s} = 4\pi \text{ radianti/s}$$

E se volessimo trovare anche

l'accelerazione della pallina? Nessun problema. In tal caso dovremmo usare l'accelerazione angolare, α .Quella lineare era definita come:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Perciò definiremo quella angolare:

$$\square = \frac{\Delta \square}{\Delta t}$$

L' unità di misura per l'accelerazione angolare sarà radianti per secondo^{2}. Qualora, ad esempio, la velocità angolare della nostra pallina balzasse da

4π radianti per secondo a 8π radianti per secondo in 2 secondi, quale sarebbe la sua accelerazione angolare? Prendiamo la nostra semplice formula e inseriamo i numeri:

$$\Box = \frac{\Delta\Box}{\Delta t} = \frac{(8\pi\frac{rad}{s} - 4\pi\frac{rad}{s})}{2s} = 2\pi\ rad/s^2$$

Adesso possiamo davvero dire di conoscere le versioni angolari dello spostamento lineare s, velocità lineare v e accelerazione lineare a. Rispettivamente: spostamento angolare θ, velocità angolare ω, accelerazione angolare α. Le rispettive equazioni si otterranno semplicemente inserendo al posto di spostamento, velocità e accelerazione, le rispettive controparti angolari:

$$\square = \frac{\Delta \square}{\Delta t}$$

$$\square = \frac{\Delta \square}{\Delta t}$$

$$\square = \square_0 (t_f - t_o) + \frac{1}{2} \square (t_f - t_o)^2$$

$$\square_f^2 - \square_0^2 = 2 \square \square$$

Le leggi di Newton

Lezione 1

Introduzione

È arrivato il momento tanto atteso da tutti quanti noi. Finalmente scopriremo le famose tre leggi del moto di Sir Isaac Newton. Che emozione! Di certo ne avremo già sentito parlare in passato, magari nelle forme più disparate fra cui qualcosa del genere: “Ad ogni azione , corrisponde sempre una reazione uguale e contraria”. In realtà non è esattamente così. Sarebbe più corretta la forma: “Ad ogni <u>forza</u> , corrisponde sempre un’altra forza uguale e contraria”. E, il compito delle pagine a venire, sarà proprio quello di utilizzare le leggi di Newton come un comodo veicolo per focalizzare la nostra attenzione sulla forza e su come essa influenzi quotidianamente il mondo in cui viviamo. Perché nel mondo di tutti i giorni non si può prescindere dalle forze e ci capita di incontrarle costantemente. Usiamo la forza per aprire le porte, per digitare i tasti su una tastiera, per guidare una macchina, per percorrere gli scalini della Torre di Pisa, per tirar fuori il portafogli dal taschino della giacca. Persino per respirare o parlare usiamo la forza. In maniera meno consapevole invece, tiriamo in ballo la forza anche quando attraversiamo un ponte, oppure camminiamo su un lastrone di ghiaccio , oppure solleviamo il nostro hot dog per portarlo alla bocca. Insomma, la forza è strettamente connessa a quel misterioso fenomeno che fa in modo che ciascun oggetto possa muoversi sulla faccia della Terra e , per tale motivo, la fisica nutre un profondo interesse nella totale comprensione di come quest'ultima lavori e agisca. La forza è un qualcosa di molto divertente da studiare. All'inizio potrebbe apparire complicata da capire ma, fidatevi, aspettate di conoscerla e vi ricrederete immediatamente. Così come i nostri vecchi amici, spostamento, velocità e accelerazione, anche la forza è un vettore , il che vorrà dire che possiederà un'ampiezza e una direzione(a differenza ad esempio della rapidità che ha soltanto un'ampiezza, giusto per intenderci). Come in tutti i progressi portati avanti nel campo della fisica, Newton inizialmente partì da semplici osservazioni che tradusse immediatamente in modelli mentali, modelli che alla fine espresse in termini matematici. Bene, vi dico subito che la nostra acquisita conoscenza dei vettori ci renderà la matematica coinvolta in tali modelli davvero semplice. A dire il vero Newton espresse i suoi modelli sotto forma di tre affermazioni, che poi col tempo divennero ciò che tutti quanti conosciamo come le tre Leggi di Newton. Tali affermazioni in realtà non sono leggi vere e proprie, anche se l’idea riconosciuta da tutti è che si tratti di “Leggi della Natura”. Non dimentichiamoci tuttavia che lo scopo della fisica è di modellizzare il mondo che ci circonda e, in quanto tale, tutto ciò che ne fa parte sarà inevitabilmente soggetto a successive revisioni.

Lezione 2

Oggetti a riposo e in moto. La prima legge di Newton.

Rullo di tamburi. È finalmente arrivato il momento di scomodare il sommo scienziato. Le leggi di Newton spiegano cosa accade con le forze e il movimento e in particolare la prima legge afferma: “un qualsiasi oggetto persiste nel proprio stato di riposo oppure di moto a rapidità costante lungo una traiettoria rettilinea , fintantochè non è costretto da una forza risultante a cambiare tale stato”. Cosa significa tutto questo? Semplice. Significa che se non si applica forza alcuna su un oggetto a riposo o in moto, esso permarrà in tale stato di riposo o nel medesimo stato di modo lungo una linea retta. Per sempre. Ad esempio , immaginiamo di stare giocando ad hockey sul ghiaccio. Quando cerchiamo di segnare un goal, il disco scivola verso la meta seguendo una linea retta perché il ghiaccio su cui continua a scivolare è praticamente senza attrito. Se siamo fortunati, il disco non entrerà in contatto con il bastone del portiere avversario, il che , al contrario, provocherebbe un cambiamento al movimento del disco stesso. Sfortunatamente, nella vita di tutti i giorni gli oggetti non girovagano senza sforzo come se scivolassero sul ghiaccio. Anzi, la maggior parte degli oggetti che ci circondano sono soggetti all'attrito, per cui quando cerchiamo di far scivolare una tazzina da caffè sul tavolo, essa scorre per qualche istante per poi rallentare e fermarsi definitivamente. Il che non significa che la prima legge di Newton non sia valida.

Anzi. Vuole soltanto dire che l’attrito eserciterà una forza sulla tazzina che modificherà il suo moto fino a fermarla totalmente. Ciò che in realtà afferma la legge di Newton è che il solo modo che consenta ad un oggetto di modificare il proprio moto è quello di utilizzare una forza. In altre parole, la forza è la causa del movimento. Altra cosa che afferma la prima legge è che un oggetto in movimento tende a rimanere in movimento, il che introduce l’idea di inerzia. L’inerzia è la tendenza naturale di un oggetto a rimanere fermo o in moto costante lungo una linea retta. L’inerzia è una proprietà di tutto ciò che possiede una massa e la massa di un oggetto altro non è che la misura della sua inerzia. Per fare in modo che un oggetto si muova, ovvero per cambiare il suo stato corrente di moto, bisogna applicare una forza che riesca a vincere la sua inerzia. Immaginiamo di essere in vacanza. Di essere nel giardino antistante casa nostra , proprio di fronte alle rive di un lago. Stiamo fissando due differenti tipi di imbarcazione: un gommone e una piccola petroliera. Qualora decidessimo di applicare la medesima forza su ciascuna di esse, tentando di spingerle con il nostro piede, le due imbarcazioni risponderebbero ovviamente in due modi differenti. Il gommone schizzerebbe subito via e comincerebbe a scivolare sull'acqua. La petroliera invece si muoverebbe molto più lentamente(ammesso ovviamente che la si riesca a smuovere con la forza del solo nostro piede!). Ciò si verifica perché le due imbarcazioni possiedono differenti masse e quindi una differente quantità di inerzia. Nel rispondere alla medesima forza applicata, un oggetto con massa minore, e quindi con minore inerzia, verrà accelerato maggiormente rispetto ad uno avente massa più grande e quindi dotato di maggiore inerzia. L'inerzia , ovvero la tendenza di un oggetto dotato di massa a preservare il proprio stato di moto, a volte può rappresentare un problema. Ad esempio, consideriamo i camion che trasportano carne surgelata. Essi contengono una grande quantità di carne che penzola dal soffitto, così quando il conducente del mezzo si ritrova a dover affrontare delle curve durante il tragitto verranno a crearsi delle sorte di moti a pendolo da parte delle carni cui chiaramente il pover uomo non riuscirà ad opporsi stando seduto al proprio posto. E se si tratterà di un guidatore inesperto, la probabilità che il camion si ribalti a causa dell'inerzia di tali carichi congelati che oscillano nel retro, diventerà davvero molto elevata. Dal momento che ciascuna massa possiede un'inerzia, essa stessa resisterà ad un eventuale cambiamento nel proprio moto il che spiega perché è necessario cominciare ad applicare delle forze per ottenere velocità e accelerazione. La massa tiene assieme la forza e l'accelerazione. È da sottolineare come massa e peso non siano la stessa cosa. La massa è una misura dell'inerzia. Quando invece una massa viene posta in una campo gravitazionale, si ottiene il peso.

Lezione 3

Calcolare la Forza risultante. Seconda Legge di Newton!

La prima Legge di Newton è molto cool, ma c'è poco da poter gestire a livello matematico e i fisici hanno comunque bisogno di qualcosa di più. Fortunatamente, anche a questo ha pensato Newton, lasciandoci in eredità la sua seconda Legge: "Quando una forza risultante , **ΣF**, agisce su un oggetto avente massa m, l'accelerazione cui andrà incontro tale massa potrà essere calcolata utilizzando la formula **ΣF**=m**a** ”. Okay, che tradotto vuol dire? Semplice. La Forza è uguale alla massa per l’accelerazione. Il simbolo ”Σ” non vuol dire altro che “somma”, quindi **ΣF**=m**a** in termini profani vorrà significare che “la somma di tutte le forze che agiscono su un oggetto, ovvero la forza risultante, è pari alla massa dell’oggetto per l’accelerazione”. La prima Legge di Newton, ovvero un corpo che si stia muovendo lungo una linea retta continuerà a farlo fintantochè non agisca su di esso una forza, in realtà è un caso particolare della seconda Legge in cui $\Sigma \mathbf{F}=0$. Ciò vuole anche dire che l'accelerazione=0, il che ricade esattamente nella prima Legge di Newton. Ad esempio, immaginiamo di avere un disco da hockey che riposa solo soletto giusto davanti alla porta. È chiaro che un'occasione del genere non può essere sprecata e che quindi il disco e la rete dovranno incontrarsi per forza. Con un'abile mossa di anca decidiamo di applicare le nostre conoscenze in materia di fisica per rimediare immediatamente al tale situazione pendente. Tiriamo fuori la nostra bella copia digitale di questo libro e consultiamo le ultime parole famose di Newton. Ci rendiamo subito conto che, applicando la forza del bastone al disco per un decimo di secondo, sarà possibile accelerarlo nella giusta direzione. Okay, mettiamo in pratica tale esperimento e, quasi con certezza, il nostro disco volerà verso l’ambita rete. Goaaal! Abbiamo applicato una forza sul disco, il quale possiede una certa massa e via, più veloce del vento accelerando nella direzione in cui l'abbiamo spinto. Ma quale sarà alla fine la sua accelerazione? Ciò dipenderà dalla forza che decideremo di applicare al disco, dal momento che **ΣF**=m**a.** Tuttavia, per misurare la forza, ci sarà prima bisogno di una unità di misura. Quindi, quale sarà l'unità di misura per la forza? Semplice. **ΣF**=m**a**, quindi nel sistema internazionale, SI, la forza dovrà avere le seguenti unità:

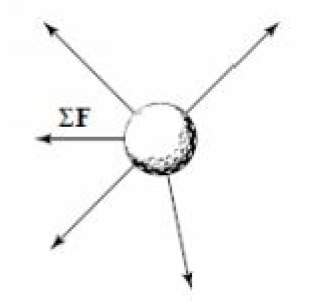
$$kg*m/s^2$$

Dal momento che per molte persone tali unità avranno un aspetto spaventoso e saranno difficili da ricordare, si è stabilito di associare loro un nome speciale: **newtons**(provate ad immaginare il perché di tale scelta!). I Newtons molto spesso vengono abbreviati semplicemente come **N**.

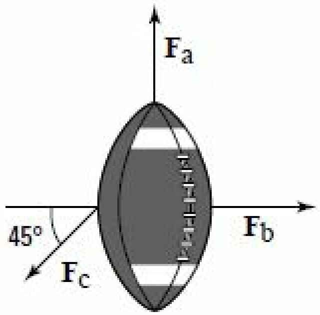
Lezione 4

Raccogliere tutte le forze!

Un oggetto su cui si applichino delle forze, risponderà sempre alla forza risultante, ovvero alla somma vettoriale di tutte le forze che agiscano su di esso. Vediamo un esempio . Consideriamo nuovamente la nostra pallina da golf, su cui stiano agendo diverse forze ciascuna rappresentata da una freccia:



In che direzione verrà accelerata la pallina? Dal momento che la seconda Legge di Newton parla espressamente di forza netta o risultante, il problema diventa di facile risoluzione. Tutto ciò che bisogna fare è sommare vettorialmente le varie forze in gioco(perché ricordiamo che la forza è un vettore!) al fine di ottenere il vettore forza risultante, in figura rappresentato come $\Sigma\mathbf{F}$. Qualora fossimo interessati a conoscere come si muoverà la pallina, basterà applicare la nota semplice formula $\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a}$. Immaginiamo di essere stati inviati in una spedizione punitiva, per cui saremo costretti a trascorrere il nostro fine settimana a raccogliere dati utili in nome della fisica. Ad un certo punto ci imbattiamo in una agguerrita partita di football(quello con la caratteristica palla ovale). Pensiamo subito che sarebbe molto interessante partecipare. A un certo punto, osserviamo come la palla, nonostante parta da uno stato di riposo(sia ferma e nessuno la stia considerando), abbia ben tre giocatori pronti ad applicare su di essa delle forze. Immaginiamo qualcosa di simile:



Qualcuno definisce tale tipo di grafico

“diagramma del corpo libero”. Ora, a parte le definizioni, nel diagramma vengono mostrate tutte le forze che agiscono sul corpo, rendendo più semplice determinare le loro componenti in modo da essere in grado di trovare la forza risultante esercitata su di esso. Scivolando in maniera intrepida in mezzo alla bolgia di giocatori, rischiando un infortunio in nome della scienza, immaginiamo di riuscire a misurare l’ampiezza di ciascuna di tali forze e di segnarle sul nostro taccuino.

$F_a= 150N$

$F_b=125N$

$F_c=165N$

Abbiamo inoltre misurato la massa della palla ed è risultata essere esattamente pari a 1kg. A questo punto ci chiediamo: dovrà andrà a finire la nostra palla nell'arco di tempo di 1 secondo? Detto altrimenti, ciò che bisogna fare è determinare lo spostamento di un oggetto in un determinato intervallo di tempo con una data accelerazione costante(in altre parole una forza costante):

1) Trovare la forza risultante, **ΣF**, sommando tutte le forze che agiscono sull'oggetto, utilizzando ovviamente la somma fra vettori.

2) Utilizzare la formula **ΣF**=m**a** per determinare il vettore accelerazione.

3) Utilizzare la formula $s = v_0 (t_f - t_0) + \frac{1}{2} a(t_f - t_0)^2$ per ottenere la distanza percorsa in un determinato intervallo di tempo.

Per fare ordine mentale, il nostro scopo è quello di legare forza, massa e accelerazione. Quindi la prima cosa da fare è quella di trovare la forza netta che agisce sul corpo. Per fare ciò, abbiamo bisogno di scindere ciascun vettore forza riportato nel diagramma precedente nelle proprie componenti, in modo tale da poter sommare tutte le componenti affini e arrivare alla forza risultante. Determinare le componenti dei vettori F_a e F_b è semplice dal momento che il primo è diretto verso l'alto, lungo l'asse y positivo, mentre il secondo verso destra, lungo l'asse x positivo. Ciò significa che:

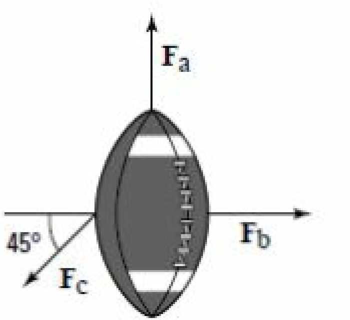
$\mathbf{F}_a = (0, 150\ N)$

$\mathbf{F}_b = (125\ N, 0)$

Determinare le componenti di $\mathbf{F}_c$, invece, è un tantino più complicato. Abbiamo bisogno delle componenti x e y del suddetto vettore. Qualcosa di simile quindi:

$\mathbf{F}_c = (F_{cx}, F_{cy})$

Ricordiamo il diagramma del corpo libero:



$\mathbf{F}_c$ si trova a 45° rispetto all'asse x negativo, come si può notare. Misurando l'angolo partendo dall'asse x positivo(che è il corretto modo di farlo secondo convenzione) otteniamo: 180° +

45°= 225°. Il modo di scindere il vettore $\mathbf{F}_c$ è il seguente:

$\mathbf{F}_c = (F_{cx}, F_{cy}) = (F_c \cos\theta , F_c \operatorname{sen}\theta)$

Inserendo I numeri avremo:

$\mathbf{F}_c = (F_{cx}, F_{cy}) = (F_c \cos\theta , F_c \operatorname{sen}\theta) = (165 \text{ N} \cos 225° , 165 \text{ N} \operatorname{sen} 225°) = (-117 \text{ N}, -117 \text{ N})$

Attenzione ai segni. Come si può notare, entrambe le componenti di $\mathbf{F}_c$ sono negative. La cui correttezza è semplice da verificare praticamente sul diagramma. $\mathbf{F}_c$ punta verso il basso a sinistra, ovvero lungo l'asse x negativo e lungo l'asse y negativo. Il che significa che entrambe le componenti di tale vettore, F_{cx} e F_{cy}, dovranno per forza essere negative. So già che qualcuno fra voi si perderà nei meandri di tutti questi segni, principalmente perché non riesce a convincersi che numeri negativi possano rappresentare fedelmente la realtà delle cose. Niente paura, bisogna sempre comparare i segni delle componenti dei vostri vettori con le loro reali direzioni lungo gli assi. Niente di più , niente di meno. È un controllo rapido che però potrebbe consentirci di risparmiare un sacco di problemi andando avanti. Quindi finora sappiamo che:

$\mathbf{F}_a$= (0, 150 N)

$\mathbf{F}_b$=(125 N, 0)

$\mathbf{F}_c$= (-117 N, -117 N)

Siamo pronti per fare qualche somma vettoriale:

$\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_c$=(0, 150 N)+ (125 N, 0)+ (-117 N, -117 N)= (8 N, 33 N)

Ciò che viene fuori dai nostri calcoli è che quindi la forza risultante, Σ**F**, è pari a (8 N, 33 N). Posta in tale forma abbiamo anche la direzione in cui la nostra palla si muoverà. Il prossimo step è quello di determinare l'accelerazione della palla. Dalla Legge di Newton sappiamo che:

Σ**F**=(8 N, 33 N)=m**a**

Che significa:

Σ**F**/m=(8 N, 33 N)/m=**a**

Dal momento che la massa della palla è pari a 1kg, il nostro problema si risolve così:

$\Sigma\mathbf{F}/m=(8\ \mathrm{N},\ 33\ \mathrm{N})/(1\mathrm{kg})=(8\mathrm{m/s^2},\ 33\ \mathrm{m/s^2})=\mathbf{a}$

Stiamo facendo grandi progressi. Adesso conosciamo anche l'accelerazione della palla. Per trovare dove si troverà quest'ultima passato 1 secondo, possiamo applicare la seguente formula:

$$s = v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2}a(t_f - t_0)^2$$

Inserendo i numeri avremo:

$$s = v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2}a(t_f - t_0)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{8m}{s^2}, 33\frac{m}{s^2}\right)(1s)^2 = (4\ m, 16.5\ m)$$

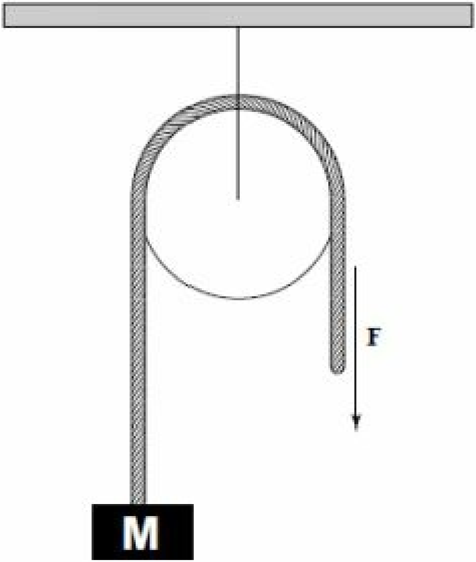
Bene, bene, bene. Trascorso 1 secondo, la palla si sarà spostata di 4 metri lungo l’asse x positivo e di 16.5 metri lungo l’asse y positivo. Okay, queste sono le nostre previsioni. Allora tiriamo fuori il nostro cronometro e facciamo partire il tempo per 1 sec. Tanto siamo quasi certi di aver ragione. La palla si muove di 4 metri lungo la linea laterale e di 16.5metri verso la linea del goal. Siamo molto soddisfatti. Non ci resta che riporre il cronometro nuovamente nella tasca della giacca da laboratorio e di mettere un flag sul nostro taccuino. Abbiamo appena terminato con successo un altro interessantissimo esperimento fisico.

Lezione 5

È arrivato il momento di rilassarci. Iniziamo a trattare la tensione!

Quando tiriamo una corda, tramite un sistema a carrucola, il tutto volto a sollevare un oggetto, riusciremo a sollevare tale massa solo e soltanto se saremo in grado di esercitare una forza sufficiente a vincere il peso dell'oggetto stesso, Mg, dove g è l'accelerazione dovuta alla gravità sulla superficie terrestre, pari a 9.8 metri per secondi^2.

Qualcosa del genere:

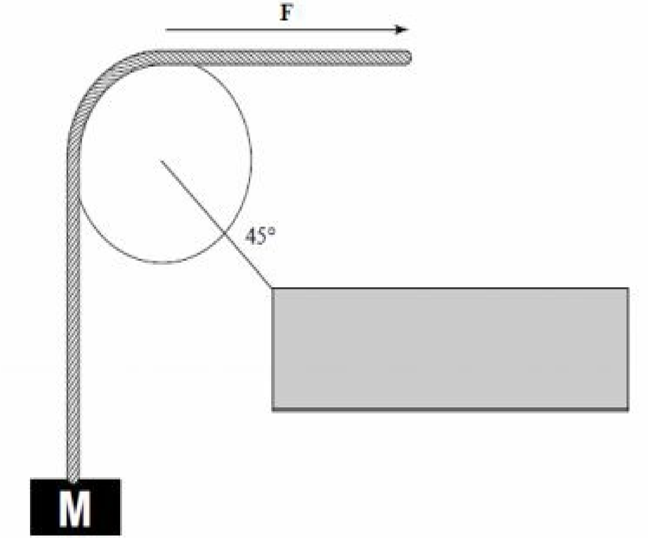


La funzione della corda non è soltanto quella di trasmettere la forza, F, che viene esercitata sulla massa M, ma anche quella di cambiare la direzione di tale forza. Cerchiamo si spiegarci meglio. La forza che esercitiamo verso il basso, in realtà viene esercitata sulla massa verso l'alto perché la corda, scorrendo attraverso la puleggia cambierà la direzione della forza. In tale particolare caso, qualora la forza F sia maggiore di Mg riusciremo a sollevare la massa. Infatti, se F è maggiore di Mg, la massa accelererà verso l'alto: F= M(g+a) in tal caso. Tuttavia tale cambio di forza di un sistema corda-puleggia, ci costa qualcosa, perché non è possibile ingannare la seconda Legge di Newton. Ipotizziamo di sollevare la massa e che essa cominci a penzolare in aria. In tal caso, F dovrà essere pari a Mg, per mantenere la massa stazionaria. La direzione della nostra forza sta passando dall'essere verso il basso all'essere verso il alto. Com'è possibile una cosa del genere? Cerchiamo di capirlo. Consideriamo la forza che il supporto della puleggia esercita sul soffitto. Qual è questa forza? Dal momento che la puleggia non sta accelerando in alcuna direzione, sappiamo che $\Sigma \mathbf{F}=0$ sulla puleggia. Ciò significa che tutte le forze che agiscono sulla puleggia, sommandosi fra loro, daranno una risultante pari a 0. Dal punto di vista della carrucola(carrucola e puleggia sono la stessa cosa, giusto per intenderci!), due forze spingono verso il basso: la forza F che noi stiamo applicando e la forza Mg che la massa esercita sulla carrucola(perché nulla si sta muovendo al momento). Quindi 2F verso il basso. Per bilanciare tutte quante le forze ed ottenere il totale di 0, il supporto della carrucola dovrà esercitare una forza di 2F verso l’alto.

Lezione 6

Troviamo un equilibrio!

In Fisica un oggetto è considerato essere in equilibrio quando possiede un’accelerazione nulla, ovvero quando la forza risultante agente su di esso è pari a zero. Non per forza l’oggetto deve essere a riposo. Potrà benissimo essere in movimento a 100 km/h mentre la forza netta applicata su di esso è pari a zero e non vi è alcuna accelerazione. Potrebbero esserci delle forze agenti sull’oggetto, ma evidentemente la loro somma, vettoriale, sarà pari a zero. Diamo un'occhiata alla figura seguente:



La massa M non si sta muovendo e stiamo applicando una forza **F** per mantenerla stazionaria. La domanda è la seguente: quale forza sta esercitando il supporto della puleggia, e in quale direzione, per mantenere la puleggia stessa esattamente dove si trova? Sapendo che la puleggia non si sta muovendo, sappiamo automaticamente che $\Sigma\mathbf{F}=0$ sulla puleggia. Quindi, quali sono le forze che agiscono su di essa? Chiamiamo la forza dovuta alla parte di corda attaccata alla massa M, $\mathbf{F}_{corda1}$. Dal momento che la massa non si sta muovendo affatto, sappiamo che il peso della massa, Mg, sarà uguale a $\mathbf{F}_{corda1}$.

Ricordando che stiamo trattando dei vettori, esprimiamoli in termini delle loro componenti:

$\mathbf{F}_{corda1}=(0,-Mg)$

La componente y di $\mathbf{F}_{corda1}$ deve essere negativa perché punta verso il basso, lungo l’asse y negativo appunto.

Bisogna anche considerare la forza della corda sulla puleggia, la quale, dal momento che si sta mantenendo la massa stazionaria e la corda trasmette la forza che stiamo applicando, dovrà per forza essere pari a Mg verso destra, ovvero lungo la direzione dell'asse x positivo. Definiamo tale forza come $\mathbf{F}_{corda2:}$

$\mathbf{F}_{corda2}$=(Mg,0)

È possibile trovare la forza esercitata sulla puleggia da ambo le parti della corda, sommando i due vettori $\mathbf{F}_{corda1}$ e $\mathbf{F}_{corda2}$:

$\mathbf{F}_{corda1} + \mathbf{F}_{corda2}$ = (0,-Mg)+(Mg,0)=(Mg,-Mg)= $\mathbf{F}_{corda}$

Quindi (Mg,-Mg) è la forza esercitata da ambo le parti della corda.

Sappiamo inoltre che:

$\Sigma \mathbf{F}=0= \mathbf{F}_{corda} + \mathbf{F}_{supporto}$

Dove ovviamente $\mathbf{F}_{supporto}$ è la forza che il supporto esercita sulla puleggia.

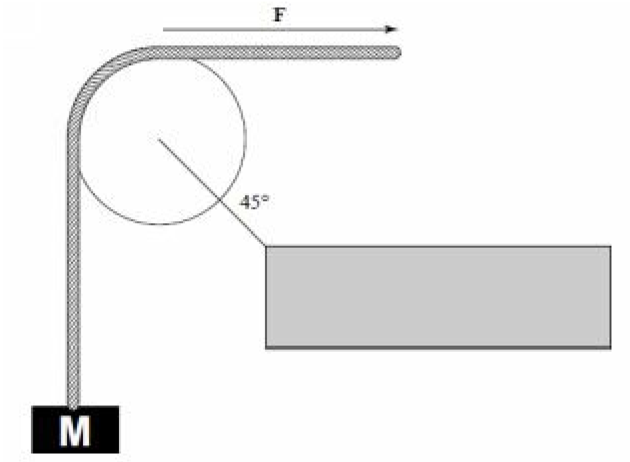
Ciò significa che:

$\mathbf{F}_{supporto} =- \mathbf{F}_{corda}$

Perciò $\mathbf{F}_{supporto}$ deve essere pari a:

$- \mathbf{F}_{corda} =-(Mg,-Mg)= (-Mg,Mg)$

Come si può notare dal grafico, che riportiamo nuovamente sotto per comodità:



le direzioni di tale vettore hanno senso(il che dovrebbe essere sempre utilizzato come controverifica di esattezza dei calcoli). Infatti il supporto dovrà esercitare una forza verso sinistra e verso l’alto per mantenere la carrucola dove si trova. È altresì possibile convertire il vettore $\mathbf{F}_{\text{supporto}}$ nella forma riportante la sua ampiezza e direzione, il che ci fornisce una indicazione dell'ampiezza della forza in gioco:

$$F_{\text{supporto}} = \sqrt{(-Mg)^2 + (Mg)^2} = \sqrt{2}\,Mg$$

È bene notare come tale ampiezza sia maggiore di quella della forza che esercitiamo oppure di quella che la massa esercita sulla carrucola dal momento che il supporto della carrucola deve cambiare la direzione di tali due forze. E la direzione del vettore $\mathbf{F}_{supporto}$? Dalla figura abbiamo detto che si può evincere come $\mathbf{F}_{supporto}$ debba puntare a sinistra e in alto, ma chiaramente la matematica deve darci uguale riscontro rispetto alla mera osservazione. Se indichiamo con θ l’angolo che $\mathbf{F}_{supporto}$ forma rispetto all’asse x positivo, $F_{supportox}$, ovvero la componente x di $\mathbf{F}_{supporto}$ deve essere:

$$F_{supportox} = F_{supporto} \cos\theta$$

Quindi :

$$\square = \cos^{-1}\left(\frac{F_{supportox}}{F_{supporto}}\right)$$

Sappiamo che $F_{supportox} = - Mg$ per controbilanciare la forza che stiamo esercitando.

Quindi, dal momento che:

$$F_{supporto} = \sqrt{2}\, Mg$$

Verrà fuori che:

$$F_{supportox} = - Mg = - \frac{F_{supporto}}{\sqrt{2}}$$

Adesso tutto ciò che bisogna fare è inserire i numeri:

$$\square = \cos^{-1}\left(\frac{F_{supportox}}{F_{supporto}}\right) = \square = \cos^{-1}\left(\frac{-\frac{F_{supporto}}{\sqrt{2}}}{F_{supporto}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = 135°$$

Quindi , la direzione di $\mathbf{F}_{supporto}$ è 135° rispetto all’asse x positivo, proprio come atteso graficamente. Può capitare di confondersi sui segni quando si porti avanti tale tipo di lavoro mentale. L’unico modo per venirne a capo è quello di confrontare i nostri risultati con le direzioni cui sappiamo i nostri vettori forza punteranno. Anche in fisica, le immagini contano più di mille parole!

Lezione 7

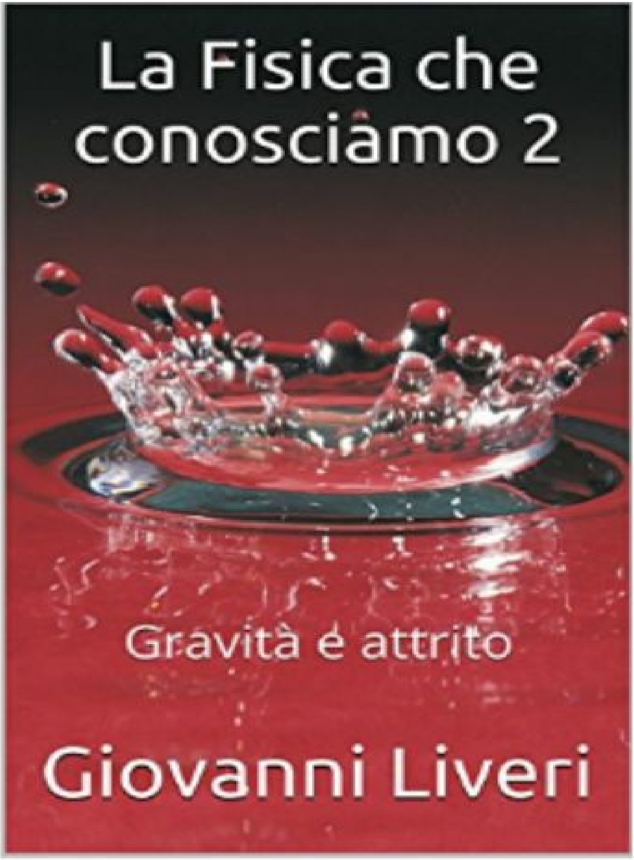
Reazioni uguali e contrarie: la terza Legge di Newton.

La terza Legge del moto di Newton è molto famosa, specialmente fra gli appassionati di wrestling e di guida. Tuttavia, la si potrebbe non conoscere in tutto il suo splendore. Ricordiamola: qualora un corpo eserciti una forza su un secondo corpo, quest'ultimo eserciterà sul primo corpo una forza diretta in maniera opposta alla prima ma di eguale intensità. La versione più popolare di tale famosa legge, che sono sicuro ognuno di voi abbia sentito recitare almeno una volta nella propria vita è: ”Ad ogni azione, corrisponde sempre una reazione uguale e contraria”. Tuttavia precisiamo subito una cosa. Per amore della fisica, è meglio esprimere la versione di tale legge intesa originariamente da Newton, e quindi in termini di forze e non di “azioni”. Partiamo con un esempio. Immaginiamo di essere nella nostra auto e di star dando gas in modo tale da tenere un’accelerazione costante. Perché ciò accada, la nostra macchina dovrà esercitare una forza sull’asfalto; altrimenti non staremmo accelerando! E, chiaramente, la strada dovrà esercitare la medesima forza sulla nostra macchina. Dal momento che una forza sta agendo sulla nostra macchina, è normale che essa stia accelerando. Ecco svelato dove va a finire la forza esercitata dalla macchina. Semplicemente è la causa dell’accelerazione cui essa stessa va incontro. Ma allora perché la strada non si muove? Dopotutto, per ogni forza esercitata su di un corpo ne esiste una uguale e opposta, quindi anche la strada sente una qualche forza. Noi stiamo accelerando… e non dovrebbe farlo anche la strada in direzione opposta? Che ci crediate o meno, è esattamente quello che accade: la Legge di Newton è in piena attività. La nostra macchina spinge la Terra, modificando il moto della Terra stessa in maniera davvero impercettibile. E la ragione per la quale tali effetti non si riescano a notare risiede nel fatto che la massa della Terra è circa 6,000,000,000,000,000,000,000 di volte quella della nostra auto. Quindi, cos’altro ci si poteva attendere? Nessuna forza può essere esercitata senza che ne esista una uguale e contraria(anche se qualcuna di tali forze opposte fa in modo che un oggetto acceleri). Ricordiamo che le forze fraterne di cui parla la terza Legge di Newton, agiscono sempre su oggetti differenti. Se siete seduti comodamente sul divano, e state leggendo questo libro interessantissimo, il vostro peso sarà uguale e opposto alla forza che il divano eserciterà su di voi. E quest’ultimo sarà il motivo per cui non starete accelerando(ovvero perchè $\Sigma\mathbf{F}=0$) , non di certo la terza Legge di Newton.

LIBRO 8

La Fisica che conosciamo 2

Gravità e attrito


La Fisica che
conosciamo 2
Gravità e attrito
Giovanni Liveri

Sommario

Lasciamo cadere una mela

La legge di gravitazione universale di Newton

Sir Isaac Newton tirò fuori dal suo magico cilindro uno dei pesi massimi fra le Leggi della Fisica : la legge di gravitazione universale. Tale legge afferma sostanzialmente che ogni massa esercita una forza attrattiva su ogni altra massa. Qualora le due masse fossero m_1 e m_2, rispettivamente, e la distanza fra di esse fosse r, l'ampiezza di tale forza sarebbe pari a:

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

dove G è una costante pari a $6.67 * 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Tale importante equazione, permette di calcolare quale sia la forza gravitazionale fra qualsiasi coppia di masse. Giusto per intenderci, quale attrazione intercorre fra Sole e Terra? Ora abbiamo tutti i mezzi per poter rispondere. Il Sole ha una massa di circa $1.99*10^{30}$kg, mentre la Terra possiede una massa di circa $5.98*10^{24}$kg. Inoltre, una distanza di circa $1.5*10^{11}$ metri separa i due corpi. Quindi, inserendo i numeri nella formula ricavata da Newton, avremo:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{[(6.67 * \frac{10^{-11}Nm^2}{kg^2}) * (1.99 * 10^{30}kg) * (5.98 * 10^{24}kg)]}{(1.5 * 10^{11}m)^2} = 3.52 * 10^{22}N$$

Troppo gigante per voi tale esempio? Okay, torniamo con i piedi per terra ed esaminiamone un altro. Immaginiamo di essere in un parco , di voler adempiere alla nostra osservazione fisica quotidiana, e di scorgere una coppietta seduta su una panchina guardarsi amorevolmente con un grosso sorriso stampato sulle labbra. Ogni volta che giriamo lo sguardo verso di loro, i due sembrano avvicinarsi sempre più l'uno all'altra. Di fatto, dopo un pò i due si ritrovano praticamente appiccicati, sedendo proprio l'uno accanto all'altra. Cosa potrebbe star causando tale attrazione? Se immaginiamo che i due piccioncini pesino ciascuno 75kg, quale sarà stata la forza gravitazionale che ha fatto in modo che si attraessero, ipotizzando che inizialmente fossero separati da mezzo metro di distanza? Passiamo subito al calcolo:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{\left[\left(6.67 * \frac{10^{-11}Nm^2}{kg^2}\right) * (75kg) * (75kg)\right]}{(0.5m)^2} = 1.5 * 10^{-6}N$$

Come si può notare, la forza di attrazione è veramente blanda, di certo non sufficiente a scalfire la superficie terrestre. Ma va bene così. Vi assicuro che la superficie della Terra ha un sacco di altre forze con cui avere a che fare! L'equazione per la forza di gravità ,

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

continua a valere indipendentemente da

quanto distanti siano fra loro le masse in gioco. Tuttavia ci si può anche imbattere in un caso gravitazionale speciale: la forza di gravità sulla superficie terrestre. Aggiungere la gravità al semplice concetto di massa, è il punto esatto in cui comincia a nascere la differenza fra peso e massa. La massa è considerata essere una misura dell'inerzia di un oggetto. Il suo peso, invece, è la forza esercitata su di esso all'interno di un campo gravitazionale. Sulla superficie della Terra, le due forze sono legate dall'accelerazione dovuta alla gravità:

$$F_g = mg$$

Domanda. È possibile derivare g, ovvero l'accelerazione dovuta alla gravità sulla superficie della Terra, a partire dalla legge di gravitazione di Newton? La risposta è ovviamente sì. La forza esercitata su un oggetto avente massa m_1, vicino alla superficie terrestre, è pari a :

$$F = m_1 g$$

Stando alla seconda legge di Newton, tale forza dovrà anche obbedire alla seguente equazione:

$$\square F = m_1 g = \frac{G m_1 m_2}{r_t^2}$$

dove ovviamente r_t è il raggio della Terra. Considerando un raggio terrestre pari a $6.38 x 10^6$metri e una massa terrestre pari a $5.98 x 10^{24}$Kg, avremo:

$$F = m_1 g = \frac{G m_1 m_2}{r_t^2} = \frac{[\left(6.67 * \frac{10^{-11} Nm^2}{kg^2}\right) * (m_1) * (5.98 x 10^{24} kg)]}{(6.38 \times 10^6 m)^2}$$

Dividendo ambo i lati dell'equazione per m_1, si ottiene:

$$g = \frac{\left[\left(6.67 * \frac{10^{-11}Nm^2}{kg^2}\right) * (5.98x10^{24}kg)\right]}{(6.38 \times 10^6 m)^2} = 9.8\ m/s^2$$

In definitiva, la legge di gravitazione di Newton è in grado di fornire l'accelerazione dovuta alla gravità sulla superficie della Terra: 9.8 m/s^2. Come è possibile notare, basta conoscere la costante gravitazionale G, il raggio della Terra e la massa di quest'ultima, per ottenere l'accelerazione dovuta alla gravità utilizzando la legge di gravitazione.

Piedi per terra

Iniziamo a conoscere la Gravità!

Quando ci si trova sulla superficie della Terra, la forza di gravità è sempre costante e in particolare pari a mg, dove “m” è la massa dell’oggetto su cui agisce la gravità e “g” è l’accelerazione dovuta alla gravità stessa:

$g=9.8\ m/s^2$

Sappiamo benissimo, avendo già letto il primo libro della serie, che l'accelerazione è un **vettore**, il che vuol dire che esso possiede una direzione e un'ampiezza. Per tale motivo tale equazione alla fine si riduce a g, ovvero un'accelerazione diretta verso il basso qualora ci si trovi in piedi sulla superficie della Terra. Il fatto che $F_{gravità}=mg$, è estremamente importante perché afferma essenzialmente che l'accelerazione di un corpo in caduta non dipenda dalla sua massa:

$$\square F_{gravità} = ma = mg$$

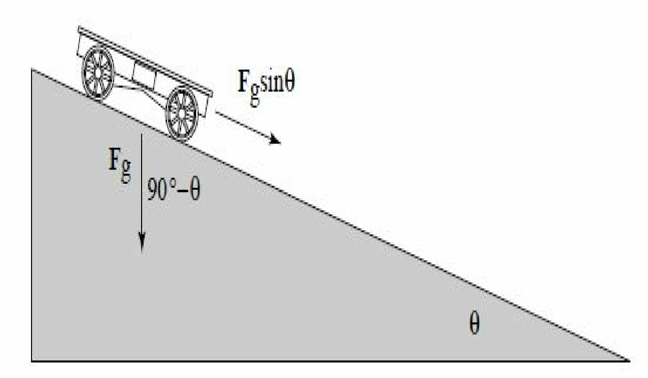
In altre parole

□$ma = mg$

Perciò $a=g$, indipendentemente dal peso dell'oggetto(un oggetto più pesante non cade più velocemente di uno più leggero!). La gravità offre a ciascun corpo in caduta libera sempre la medesima accelerazione diretta verso il basso(pari a g nei pressi della superficie terrestre). L'intera discussione rimane valida quando ci si trovi con i piedi ben adesi al terreno, ovvero molto vicino alla superficie terrestre, dove l'accelerazione dovuta alla gravità è costante. Per i semplici scopi di tale paragrafo, consideriamo che la gravità agisca soltanto verso il basso, ma ciò non significa che si possa utilizzare l'equazione del tipo $F_{gravità}$=mg soltanto per gli oggetti che vanno su in maniera verticale , ovviamente nel momento in cui debbano tornare giù a terra. Ovviamente sarà anche possibile iniziare a trattare il moto di oggetti che vanno su con una certa inclinazione rispetto alla verticale.

Una passeggiata lungo i piani inclinati

Un sacco di problemi legati in qualche modo alla gravità, coinvolgono dei percorsi a rampa, per cui vale la pena dare un occhio un tantino approfondito. Proviamo immediatamente a guardare la figura seguente:



Come potete notare, un carrello si accinge a discendere un piano inclinato. Ovviamente il carrello non viaggia soltanto lungo la verticale ma anche lungo la rampa, la quale è inclinata di un angolo θ rispetto al piano orizzontale. Immaginiamo, ad esempio, che $\theta=30°$ e che la lunghezza della rampa sia pari a 5 metri. Quello che ci chiediamo è: quanto velocemente il carrello arriverà ai piedi della rampa? La gravità accelererà il carrello giù per la rampa, ma chiaramente non sarà l'intera forza di gravità a farlo. Soltanto la componente della gravità che agisca lungo il piano inclinato accelererà il carrello. Altra domanda: se F_g è la forza verticale dovuta alla gravità che agisce sul carrello, quale sarà la componente della gravità stessa che agisce lungo il percorso a rampa? Diamo un’occhiata al disegno in cui sono stati già evidenziati alcuni importanti dettagli riguardo ad angoli e vettori in gioco. Per risolvere il vettore F_g lungo la rampa, iniziamo col determinare quale sia l’angolo fra F_g stessa e la rampa. Qui entra in gioco la nostra conoscenza dei triangoli. Sappiamo tutti che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a 180°. Ora, sapendo che l’angolo fra F_g e la base orizzontale del piano inclinato è pari a 90° e che la rampa è inclinata di un angolo θ rispetto alla base stessa, avremo che l'angolo fra F_g e la rampa sarà pari a 180°-90°-θ= 90°-θ. A questo punto torniamo alla nostra domanda iniziale: "qual è la componente di F_g lungo la rampa?". Adesso che sappiamo che l'angolo fra F_g e la rampa è pari a 90°-θ, la componente di F_g lungo la rampa(il che, detto altrimenti, corrisponde a risolvere F_g lungo la rampa) è pari a:

$$F_{g\ \text{lungo la rampa}} = F_g \cos(90° - \square)$$

Se per caso siete anche amanti della trigonometria, saprete di certo che:

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$$

Quindi , la precedente equazione diventa:

$$F_{g\ \text{lungo la rampa}} = F_g \cos(90^\circ - \theta) = F_g \sin\theta$$

Il che ha perfettamente senso. Infatti, qualora θ tendesse a zero, anche tale forza lo farebbe, dal momento che la rampa diventerebbe perfettamente orizzontale. Qualora invece θ si avvicinasse ai 90°, la forza diverrebbe pari a F_g , dal momento che la rampa a quel punto sarebbe verticale. Quindi, in definitiva, la forza che accelera il carrello lungo la rampa è pari a $F_g \sin\theta$. Cosa vorrebbe dire ciò, in termini di accelerazione subita dal carrello, qualora la sua massa fosse pari a 800Kg? Abbastanza semplice:

$$F_g \sin\theta = ma$$

Quindi :

$$a = \frac{F_g \sin\theta}{m}$$

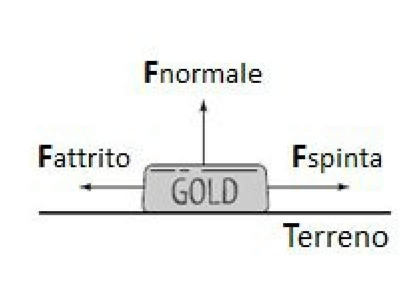
Tale equazione si semplifica ulteriormente ricordando che $F_g = mg$:

$$a = \frac{F_g \sin\theta}{m} = \frac{mg\sin\theta}{m} = g\sin\theta$$

A questo punto sappiamo che l’accelerazione del carrello lungo la rampa è pari a $a = g\sin□$. Tale equazione risulta quindi valida per qualsiasi oggetto che la gravità acceleri lungo una rampa, qualora l’attrito non entri in gioco. Quindi, l’accelerazione di un oggetto lungo una rampa che si trovi ad un angolo θ rispetto al terreno è pari a $g\sin□$, in assenza di attrito.

Affrontiamo l’attrito

Sappiamo già tutto riguardo all’attrito. Sappiamo che si tratta della forza che frena il moto degli oggetti, o perlomeno questo è ciò che potrebbe sembrare. In realtà, l’attrito è un qualcosa di essenziale nella vita di tutti i giorni. Cerchiamo di immaginare un mondo senza attrito: non vi sarebbe alcun modo di guidare una macchina sulla strada, di camminare sul pavimento, di carpire un bel sandwich al prosciutto. L’attrito potrebbe apparire come un nemico, agli occhi dei più fedeli seguaci della fisica, ma in realtà è da considerarsi anche come un nostro amico. L’attrito deriva dall’interazione fra le irregolarità delle varie superfici. Qualora considerassimo un paio di superfici che possiedano un sacco di microscopiche cavità e sporgenze, saremmo nella condizione di produrre attrito. E, a una maggiore compressione vicendevole delle due superfici, corrisponderebbe un maggiore attrito , dal momento che tali irregolarità si concatenerebbero sempre più. La fisica ha davvero tanto da dire riguardo a come funzioni in realtà l’attrito. Ad esempio, immaginiamo di poter addensare tutta la nostra ricchezza all’interno di un grosso lingotto d’oro , e che ci sia qualcuno pronto a rubare l’intera nostra fortuna. Il ladro applicherà una forza sul lingotto per tentare di sottrarcelo(tecnicamente per accelerarlo al fine di portarlo via), chiaramente sempre in anticipo rispetto alla polizia. Fortunatamente, sarà la forza di attrito a darci una mano, dal momento che il ladro non sarà in grado ci accelerar via il lingotto in maniera istantanea come pensava di riuscire a fare: tutto questo oro sfrega pesantemente contro il terreno. Lo scenario potrebbe essere il seguente:



Ma volendolo porre dal punto di vista

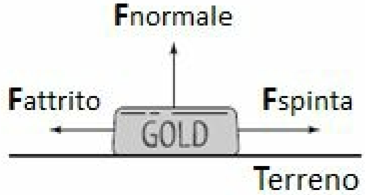
quantitativo , cosa si dovrebbe fare? Intuitivamente, possiamo subito affermare che la forza con cui viene tirato via il lingotto, $\mathbf{F}_{spinta}$, meno quella dovuta all'attrito, $\mathbf{F}_{attrito}$, è pari alla forza netta lungo la direzione dell'asse x che fornisce l'accelerazione lungo tale direzione:

$$F_{spinta} - F_{attrito} = ma$$

Il che sembra essere abbastanza semplice. Ma, arrivati a questo punto, come calcoliamo la $F_{attrito}$? La prima cosa da fare è calcolare la forza normale. Ma questo merita maggiore attenzione e dettaglio. Lo vedremo tra qualche secondo ….

Capiamo cosa è la forza normale

La forza d'attrito, $\mathbf{F}_{\text{attrito}}$, agisce sempre per opporre resistenza alla forza che si applica quando si cerchi di muovere un oggetto. L'attrito è proporzionale alla forza con cui un oggetto spinge contro la superficie su cui sta cercando di scorrere. Riprendiamo per un secondo la precedente figura:



La forza con cui il lingotto d'oro spinge contro il terreno è solamente il proprio peso, ovvero mg. Chiaramente il terreno, a sua volta, restituisce tale spinta con la medesima forza. Tale ultima forza con cui si spinge contro il lingotto viene definita **forza normale**, e il suo simbolo solitamente è designato tramite una N. La forza normale non è necessariamente uguale alla forza dovuta alla gravità. È solamente la forza perpendicolare alla superficie su cui un oggetto tenta di scorrere. In altre parole, la forza normale è quella forza che spinge assieme le due superfici, e maggiore sarà la forza normale, più forte sarà la forza dovuta all'attrito. Nel nostro caso particolare, dal momento che il lingotto scivola lungo il terreno, la forza normale avrà la stessa ampiezza del peso del lingotto stesso, quindi $F_{normale}$=mg. A questo punto abbiamo ricavato anche la forza normale, ovvero la forza che comprime il lingotto e il terreno in un affascinante sodalizio. E adesso dove si va? Ovviamente si procede con il calcolo della forza d’attrito!

Troviamo il coefficiente d’attrito

La forza d’attrito deriva dalle caratteristiche superficiali dei materiali che vengono in contatto. E come può la fisica predire teoricamente tali caratteristiche? La risposta è: non lo può fare! Esistono diverse equazioni generali in grado di predire in maniera teorica il comportamento generale degli oggetti: basti pensare alla celebre $\Sigma F=ma$. Tuttavia, la conoscenza dettagliata di superfici che vengano in contatto ,non è qualcosa cui la fisica possa giungere teoricamente, perciò in tal caso è molto meglio strisciar codardamente fuori dalla parte teorica e affermare semplicemente che tali caratteristiche sono cose che bisogna necessariamente misurare. Ciò che misureremo sarà essenzialmente il modo in cui la forza normale è legata a quella d’attrito. E ciò che verrà fuori, con un buon grado d’accuratezza, è che le due forze sono proporzionali e che è possibile utilizzare una costante, μ, per legarle:

$$F_{attrito} = \square F_{normale}$$

L'equazione è davvero semplice. Ciò che afferma è che , qualora si conosca la forza normale, tutto ciò che resta da fare è moltiplicarla per un coefficiente per ottenere la forza d'attrito. Tale costante ,μ, è definita ovviamente **coefficiente d'attrito** e, come già detto in precedenza, è un qualcosa che bisogna misurare a partire da una determinata superficie, non un valore che riusciamo a trovare su qualche libro, per intenderci! Il coefficiente d'attrito è un numero il cui valore è di solito compreso fra zero e uno. Il valore zero è possibile averlo soltanto nel caso in cui si abbia una superficie senza alcun attrito di sorta. È abbastanza infrequente imbattersi in coefficienti d'attrito superiori all'unità, a meno che non siate dei fan sfegatati della drag racing!

$F_{attrito} = \square F_{normale}$ non è un'equazione vettoriale, dal momento che la forza dovuta all'attrito, $F_{attrito}$, non punta nella stessa direzione della forza normale, $F_{normale}$. Esse sono infatti perpendicolari. La $F_{normale}$, infatti, si trova sempre ad angoli retti rispetto alle superfici che forniscono attrito, essendo la forza che spinge assieme le due superfici; quella di attrito, $F_{attrito}$, punta sempre lungo tali superfici perché si oppone alla direzione di scivolamento dell'oggetto. La forza dovuta all'attrito è indipendente dalla superficie di contatto fra le due superfici, il che significa che pur disponendo di un lingotto che sia due volte più lungo e alto la metà, avremmo ancora la stessa forza d’attrito quando si cercasse di trascinarlo lungo il terreno. Questo ha un senso perché è vero che , qualora raddoppiasse l’area di contatto, verrebbe subito da pensare che l’attrito debba essere due volte tanto. Tuttavia, dal momento che in questo secondo caso l’oro verrebbe spalmato lungo un lingotto più lungo avremmo la forza dimezzata su ogni centimetro quadrato(ovvero meno peso)- minor peso sovrastante da frenare. Okay , adesso siamo finalmente pronti a indossare il nostro camice da laboratorio e a calcolare le forze dovute all’attrito? Ancora no! Ci rimane ancora da scoprire quali siano i due tipi differenti di coefficienti di attrito esistenti per le differenti superfici.

Attrito statico e attrito dinamico

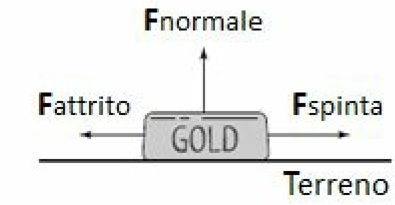
Mettiamoli dentro al calderone

I due differenti coefficienti di attrito da utilizzare per ciascun tipo di superficie sono rispettivamente un coefficiente di **attrito statico** e uno di **attrito**

dinamico. La ragione per cui si hanno due diversi tipi di coefficiente di attrito è il fatto che si arriva a coinvolgere due differenti processi fisici. Quando due superfici sono statiche, ovvero non in movimento, e l'una comprime l'altra, esse avranno la possibilità di congiungersi a livello microscopico. E questo è ciò che chiamiamo **attrito statico**. Quando due superfici invece scorrono l'una sull'altra, le irregolarità microscopiche non hanno la possibilità di congiungersi e in tal caso avremo ottenuto **attrito dinamico**. Quello che ciò in pratica vuol dire è che bisognerà tener conto di due differenti coefficienti di attrito per ciascuna superficie: un coefficiente di attrito statico, μ_s ,e un coefficiente di attrito dinamico, μ_d .

Muoversi con attrito statico

Fra attrito statico e dinamico, quello statico è decisamente più forte, il che significa che il coefficiente di attrito statico per una determinata superficie, μ_s, è maggiore rispetto al coefficiente di attrito dinamico, μ_d. Ciò ha senso, dal momento che l'attrito statico si ha quando due superfici hanno la possibilità di combinarsi interamente a livello microscopico. L'attrito dinamico si verifica invece quando le due superfici scivolano l'una rispetto all'altra, perciò soltanto le irregolarità più macroscopiche riescono a combinarsi fra loro. Si crea attrito statico quando si spinge un qualcosa che , per tale motivo, inizia a muoversi. Si tratta dell'attrito che bisogna avere per fare in modo che qualcosa inizi a scorrere. Ad esempio, consideriamo il lingotto visto in precedenza



Diciamo che il coefficiente di attrito statico fra il lingotto e il terreno è pari a 0,3, e che il lingotto possiede una massa pari a 1000kg(una vera fortuna tutta in oro zecchino!). Qual è la forza che un eventuale ladro dovrebbe esercitare per mettere in moto il lingotto? Abbiamo imparato in precedenza come:

$$F_{attrito} = \mu_s F_{normale}$$

Dal momento che la superficie è piatta, la forza normale, ovvero la forza che spinge le due superfici assieme, punterà in direzione opposta rispetto al peso del lingotto e , rispetto ad esso, avrà la medesima ampiezza. Perciò:

$$F_{attrito} = \mu_s F_{normale} = \mu_s mg$$

Dove m è la massa del lingotto e g è l’accelerazione dovuta alla gravità sulla superficie della Terra. Sostituendo i numero avremo:

$$F_{attrito} = \mu_s mg = (0{,}3)(1000kg)\left(9{,}8\frac{m}{s^2}\right) = 2{,}940\ N$$

Una forza di tutto rispetto , per ogni tipo di ladro. Ma cosa accade subito dopo che il nostro corpulento ladro sia riuscito a mettere in moto il lingotto? Di quanta forza ha bisogno per mantenerlo in movimento? Egli avrà necessariamente bisogno di iniziare a ragionare in termini di attrito dinamico.

Mantenersi in moto con attrito dinamico

La forza dovuta all'attrito dinamico, la quale si verifica quando due superfici stanno già scorrendo l'una rispetto all'altra, non è così intensa come quella di attrito statico. Tuttavia ciò non significa che si riesca a predire quale sia il coefficiente di attrito dinamico, anche qualora si conosca il coefficiente di attrito statico: bisognerà misurare entrambe le forze. Possiamo notare anche da soli come l'attrito statico sia più forte di quello dinamico. Immaginiamo che una scatola che stiamo scaricando lungo una rampa inizi a scivolare. Per fermarla, potremmo porre il piede in opposizione, e una volta fatto ciò la scatola è più probabile che rimanga ferma piuttosto che inizi a scivolare via nuovamente. Questo perché l'attrito statico, che si verifica quando la scatola è a riposo, è maggiore di quello dinamico, che si verifica non appena la scatola inizi a scivolare. Diciamo che il lingotto già visto in precedenza, il cui peso era di 1000kg, possieda un coefficiente di attrito dinamico, μ_d , pari a 0,18. Quanta forza ha bisogno di esercitare il ladro per tirar via il lingotto durante il suo furto? Abbiamo tutto ciò che ci serve, ovvero il coefficiente di attrito dinamico:

$$F_{attrito} = \mu_d F_{normale} = \mu_d mg$$

Sostituendo i numeri avremo:

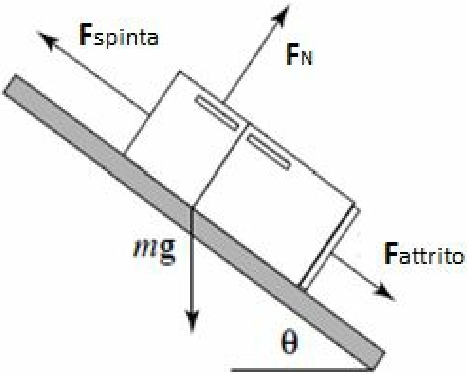
$$F_{attrito} = \mu_d mg = (0{,}18)(1000kg)\left(9{,}8\frac{m}{s^2}\right) = 1{,}764\ N$$

Questo povero ladro avrà bisogno di

1,764N per far continuare a scivolare il lingotto verso le sue mani, mentre contemporaneamente tenta di sfuggire alla polizia. Non si tratta esattamente dello stesso tipo di forza che si riesca a imprimere cercando di viaggiare a velocità spedita, a meno che non si abbia un socio che pronto a dare una mano! Siamo fortunati! La fisica ci dice che la polizia sarà in grado di recuperare il nostro lingotto. I poliziotti conoscono tutto riguardo all'attrito. E proprio per tale motivo , questo sarà quello che ci sentiremo dire: “Noi lo abbiamo recuperato. Adesso se lo trascini lei a casa!”.

L’attrito in salita

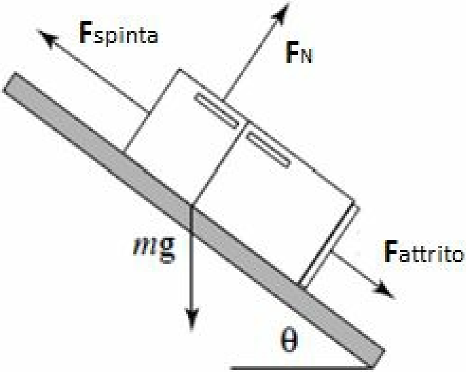
Finora si è discusso dell’attrito relativamente a percorsi piani, ma cosa accadrebbe se dovessimo trascinare un pesante oggetto su per una rampa pendente? Immaginiamo di dover spinger su un frigorifero. Vogliamo andare in campeggio, e dal momento che siamo certi di pescare un’enorme quantità di pesce, decidiamo di portare con noi il nostro amato frigorifero da 100kg. Perché ciò sia possibile è necessario caricare il frigorifero all’interno della nostra macchina. E perché ciò accada è necessario che il frigorifero affronti una rampa inclinata di 30° rispetto al terreno, e che possiede un coefficiente di attrito statico pari a 0.2 e un coefficiente di attrito dinamico pari a 0.18. La buona notizia è che abbiamo un paio di amici disposti ad aiutarci nel caricare in macchina il nostro frigorifero. La cattiva notizia è che ciascuno al massimo riesce a fornire 350N di forza, per tale motivo i nostri amici vanno subito in preda al panico. A questo punto è arrivato il momento di intervenire. “Niente paura”, affermiamo, brandendo la nostra calcolatrice. “Ci penso io a controllare come va la fisica!”. I nostri due amici, quindi, cominciano a rilassarsi nuovamente. La minima forza necessaria a spinger su per la rampa il frigorifero, F_{spinta}, deve tener conto della componente del peso del frigorifero che agisce lungo la rampa stessa e della forza dovuta all’attrito. Gestiremo questi due problemi uno alla volta, ma per il momento limitiamoci a illustrare graficamente il problema:



Fspinta
FN
mg
Fattrito
θ

Calcolare la componente relativa al peso

Prima di calcolare quale sia la componente del peso del frigorifero che agisca lungo il percorso a rampa, soffermiamoci nuovamente sulla figura precedente:



Come si può notare, il peso del frigorifero agisce verso il basso. Gli angoli contenuti all'interno dell'ipotetico triangolo formato dal terreno, la rampa e il vettore peso, sommandosi fra loro dovranno per forza dare 180°. L'angolo fra il vettore peso e il terreno è pari a 90°, mentre quello fra il terreno e la rampa è pari a θ. Perciò, l'angolo fra il vettore peso e la rampa sarà uguale a:

$$180° - 90° - \theta = 90° - \theta$$

Il peso che agisce lungo la rampa sarà quindi pari a:

$$mg\cos(90° - \square) = mg\sin\square$$

Quindi, la minima forza necessaria a spinger su il frigorifero lungo la rampa, opponendosi alla componente del suo peso lungo la rampa stessa e alla forza di attrito, $F_{attrito}$, è pari a:

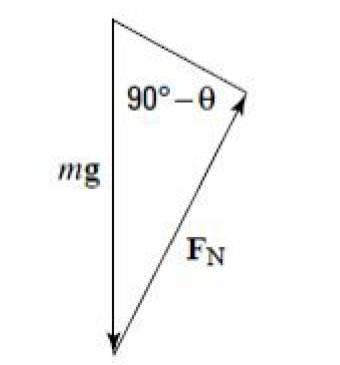
$$F_{spinta} = mg\sin \square + F_{attrito}$$

Determinare la forza d’attrito

La domanda immediatamente successiva è: a quanto è pari la forza d’attrito, $F_{attrito}$? Bisogna, in tal caso, utilizzare il coefficiente di attrito statico o quello dinamico? Dal momento che il coefficiente di attrito statico è maggiore di quello di attrito dinamico, di certo sarà la nostra scelta azzeccata. Una volta che, insieme ai nostri due amici, saremo riusciti a mettere in moto il frigorifero, mantenerlo in movimento richiederà una forza minore. Dal momento che utilizzeremo il coefficiente di attrito statico, la $F_{attrito}$ verrà calcolata nel seguente modo:

$$F_{attrito} = \mu_s F_N$$

Quindi, c'è anche bisogno di conoscere quale sia la forza normale, F_N, per poter proseguire con i nostri calcoli. Abbiamo visto in precedenti paragrafi come la F_N sia la componente del peso perpendicolare(ovvero **normale**) alla rampa. Sappiamo che l’angolo fra la rampa e il vettore peso è pari a 90°-θ. Qualcosa del genere, per intenderci:



Utilizzando un po’ di trigonometria sappiamo anche che:

$$F_N = mg\sin(90° - \theta) = mg\cos\theta$$

È possibile verificare la correttezza del risultato appena ottenuto facendo tendere θ a zero. In tal caso, sia secondo la formula ottenuta che secondo la pratica F_N dovrà essere uguale a mg. Quindi , fin qui tutto ciò che sappiamo è che:

$$F_{spinta} = mg\sin\theta + \mu_s mg\cos\theta$$

Tutto ciò che ci resta da fare è sostituire i valori nella precedente equazione ottenuta:

$$F_{spinta} = mg\sin\theta + \mu_s mg\cos\theta = (100kg)\left(\frac{9.8m}{s^2}\right)\sin 30^\circ + (0.2)(100kg)\cos 30^\circ = 490N + 170N = 660N$$

In definita, c'è bisogno di 660N per riuscire a spingere il frigorifero su per la rampa. In altre parole, noi e i nostri amici, abili ciascuno di esercitare 350N, bastiamo per portare a termine questo duro lavoro!