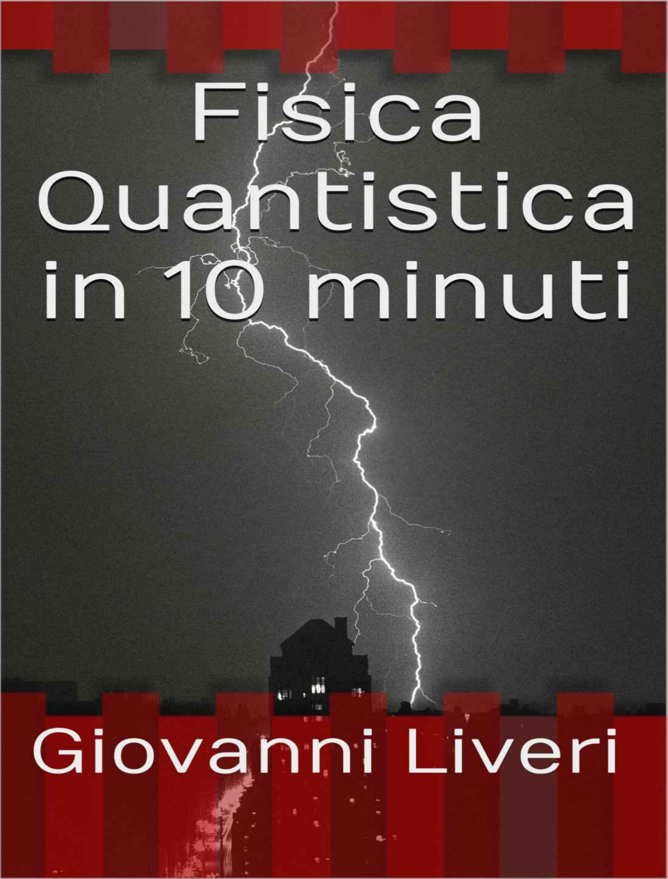


Fisica Quantistica in 10 minuti

Giovanni Liveri

Fisica Quantistica in 10 minuti

Giovanni Liveri

Fisica Quantistica in 10 minuti.

I edizione digitale © 2016

E mail: giovanniliveri@libero.it

Brevi lezioni di Elettronica, Fisica e Matematica


Giovanni Liveri
Sette brevi lezioni di Elettronica


Sette brevi lezioni di Elettronica 2
Giovanni Liveri


Giovanni Liveri
Sette brevi lezioni di Elettronica 3


Giovanni Liveri
Le Leggi di Ohm e Joule
Sette brevi lezioni di Elettronica 4


Dagli elettroni all'Elettronica
Giovanni Liveri


Fisica Quantistica
Giovanni Liveri


La Fisica che conosciamo 1
Giovanni Liveri


Giovanni Liveri
Relatività ristretta
Brevi lezioni per cominciare


Einstein
Giovanni Liveri


La Fisica che conosciamo 2
Giovanni Liveri


GIOVANNI LIVERI
SETTE BREVI LEZIONI DI MATEMATICA
Statistica e probabilità


Calcolo
Giovanni Liveri

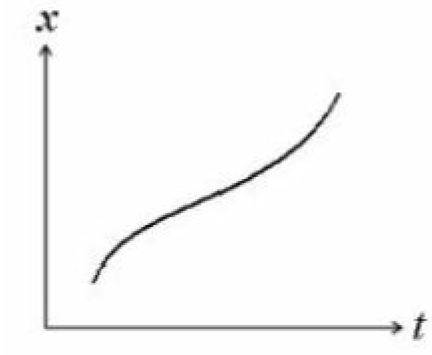
Sommario

Lezione

La meccanica è la scienza che tratta il moto degli oggetti materiali. Essa consiste essenzialmente in due parti: la prima parte specifica lo stato di moto di un determinato sistema meccanico in un preciso istante, mentre la seconda specifica come tale stato di moto si evolva nel tempo. Le cosiddette equazioni del moto, per intenderci. Esistono due tipi di meccanica: la meccanica classica e la meccanica quantistica. Per semplicità noi considereremo principalmente il moto di particelle puntiformi in uno spazio unidimensionale. Nella meccanica classica le particelle si muovono lungo traiettorie continue, e lo stato del moto di una particella in un ben preciso istante di tempo è rappresentato dalla sua posizione e velocità in quel determinato istante di tempo, x(t) e v(t) rispettivamente, con $v(t) = dx(t)/dt$. Lo stato di moto della particella evolve in accordo alla seconda legge del moto di Newton:

$$md^2x(t)/dt^2 = -dV/dx$$

dove m è la massa della particella e V è un potenziale esterno.



Lo stato di un sistema classico di N particelle è rappresentato, ovviamente, dalle posizioni e velocità di ciascuna di tali particelle. In maniera equivalente, lo stato di un sistema può essere rappresentato tramite un punto che si muova con una ben definita velocità in una configurazione di spazio N-dimensionale, denotata da $(x_1,x_2,x_3,\ldots$

x_N), dove il valore della prima coordinata rappresenta la posizione della particella numero 1, e via discorrendo per le altre particelle. Il moto di tale punto rappresentativo sarà dato da:

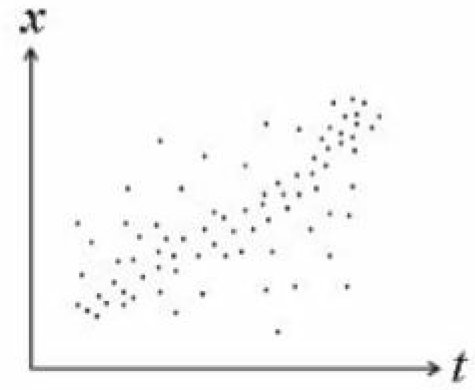
$$m_i d^2 x_i(t)/dt^2 = -dV/dx_i$$

dove m_i rappresenta la massa della particella la cui coordinata è x_i. Ciò significa che ciascuna delle N coordinate evolve secondo la seconda legge del moto di Newton. Nella meccanica classica abbiamo un quadro fisico ben preciso del moto delle particelle nello spazio e nel tempo. Il che rende la teoria molto comprensibile.

Cosa accade invece nella meccanica quantistica? Nella meccanica quantistica, lo stato di una particella quantistica è descritto tramite una funzione d'onda ψ(x,t). Sebbene il valore assunto da tale funzione sia generalmente complesso, esso è composto da due funzioni reali R(x,t) e S(x,t):

$$\psi(x,t) = R(x,t)e^{iS(x,t)/\hbar}$$

dove ħ, la costante di Planck ridotta(ovvero la costante di Planck divisa per 2π), viene introdotta per praticità. La funzione d'onda rappresenta lo stato del moto casuale e discontinuo della particella. In ogni dato istante di tempo, la particella quantistica si trova ancora in una posizione dello spazio. Tuttavia, differentemente dalla situazione classica, il moto non è più continuo bensì discontinuo e per di più randomico, ovvero casuale. Per una particella quantistica non si ha più una traiettoria continua e inoltre non esistono più le equazioni del moto in termini di x(t). Piuttosto, tale moto discontinuo e randomico della particella, forma una nuvola particellare che si estende attraverso lo spazio(in un intervallo di tempo infinitesimale) e lo stato del moto di una particella è rappresentato dalla densità e dal flusso della densità di tale nuvola, denotate rispettivamente da ρ(x,t) e □(x,t). Ciò è simile all descrizione di un fluido classico in idrodinamica. Tuttavia i loro significati fisici sono differenti. La nuvola particellare è formata dal randomico e discontinuo moto di una singola particella, e la densità della nuvola, $\rho(x,t)$, rappresenta l'oggettiva densità di probabilità che la particella appaia nella posizione x all'istante t.



Ciò che vien fuori, matematicamente, è che la funzione d'onda ψ(x,t) è una funzione complessa composta da ρ(x,t) e ▮(x,t):

$$R(x,t) = \sqrt{\rho(x,t)}$$

$$S(x,t) = m \int_{-\infty}^{x} \frac{\mathrm{j}(x',t)}{\rho(x',t)} dx'$$

Vale a dire

$$\psi(x,t) = R(x,t) e^{\frac{iS(x,t)}{\hbar}} = \sqrt{\rho(x,t)}\, e^{\frac{im \int_{-\infty}^{x} \frac{\mathrm{j}(x',t)}{\rho(x',t)} dx'}{\hbar}}$$

La descrizione sopra riportata del moto

di una singola particella può essere naturalmente estesa al moto di più particelle. In ogni istante di tempo un sistema quantistico di N particelle può essere rappresentato da un punto all'interno di una configurazione di spazio N-dimensionale, e il moto di tali particelle forma una nuvola all'interno di tale configurazione spaziale. Perciò, similmente al caso della singola particella, lo stato di un sistema è rappresentato dalla densità e dal flusso di densità della nuvola nella configurazione spaziale, $\rho(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ e $\square(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$. La densità $\rho(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ rappresenta la densità di probabilità che la particella numero 1 appaia nella posizione x_1 e la particella numero 2 appaia nella posizione x_2 , …, e la particella N appaia nella posizione x_N. Inoltre, lo stato di un sistema quantistico di N particelle può essere rappresentato tramite una funzione d’onda in una configurazione spaziale N-dimensionale, $\psi(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$, che è composta da $\rho(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ e □$(x_1,x_2,x_3,\ldots x_N)$ in modo simile al caso discusso per la singola particella. Nella meccanica classica, l’evoluzione dello stato di moto di una particella classica, $x(t)$, è governata dalla seconda legge del moto di Newton. Nella meccanica quantistica, invece, l’evoluzione dello stato di moto di una particella quantistica, ρ(x,t) e □(x,t) oppur equivalentemente ψ(x,t), è governata dall'equazione di Schrödinger:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial^2 x} + V\psi(x,t)$$

dove m è la massa della particella e V(x) è un potenziale esterno. In altre parole, in meccanica quantistica l'equazione del moto è quella di Schrödinger. Per un sistema quantistico di N particelle, l'evoluzione del proprio stato è governato dall'equazione di Schrödinger in una configurazione spaziale N-dimensionale:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x1,x2,x3,\dots xN,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2\psi(x1,x2,x3,\dots,xN,t)}{\partial^2 x_i} + V\psi(x1,x2,x3,\dots,xN,t)$$

In aggiunta a ciò, la funzione d'onda sottostà ad una evoluzione non lineare e stocastica, frutto della casualità e discontinuità del moto, oltre che all'evoluzione lineare deterministica governata dall'equazione di Schrödinger. Sebbene l'esatta legge dell'evoluzione stocastica sia ancora sconosciuta, i suoi effetti generali sono stati resi noti dai risultati sperimentali.

Per prima cosa, l’effetto dell’evoluzione stocastica è talmente esiguo che può essere trascurato per sistemi microscopici come gli elettroni. Secondariamente, l’effetto dell’evoluzione stocastica diventa significativo per sistemi macroscopici come gli oggetti della vita di tutti i giorni e soprattutto i dispositivi di misura. L’evoluzione stocastica porterà alla localizzazione degli oggetti di tutti i giorni e creerà l’apparenza di un moto continuo nel mondo macroscopico. Utilizzando il teorema di Ehrenfest si può dimostrare che l’effettiva legge del moto risultante non è altro che la seconda legge di Newton:

$$m\frac{d^2\langle x\rangle}{dt^2} = -\frac{d\langle V\rangle}{dx}$$

dove m è la massa di un oggetto macroscopico , $<x>$ è l'effettiva posizione dell'oggetto e $<V>$ è l'effettivo potenziale esterno in cui l'oggetto si sta muovendo. In particolare:

$$<x> = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,t)\, x\, \psi^*(x,t)\, dx$$

$$<V> = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,t)\, V(x)\, \psi^*(x,t)\, dx$$

Quindi , la meccanica quantistica è una teoria ancora più fondamentale, che si applica non soltanto alle particelle microscopiche ma anche agli oggetti macroscopici, mentre la meccanica classica è soltanto la sua approssimazione per la descrizione del moto di oggetti macroscopici. Inoltre, l'evoluzione stocastica porta al cosiddetto collasso della funzione d'onda durante una misurazione convenzionale in cui sia coinvolta una forte interazione fra il sistema microscopico e lo strumento di misura. Il risultato di misurazione è in generale random e la sua probabilità soddisfa la regola di Born. Parlando concretamente, qualora un sistema fisico sia in una sovrapposizione quantistica degli autostati di una variabile dinamica A, ovvero $|\psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle$, allora una misurazione convenzionale effettuata sulla variabile A farà quasi istantaneamente collassare lo stato in uno degli autostati $|a_i\rangle$ .Ciò è definito postulato del collasso all'interno della formulazione standard della meccanica quantistica. Inoltre, la probabilità che la misurazione produca il risultato a_i è pari a $|c_i|^2$. Questa è la regola di Born. Indipendentemente dal postulato del collasso, la regola di Born è stata confermata da precisi esperimenti ed è una parte ben provata della meccanica quantistica. Ricapitolando, abbiamo appena presentato una formulazione comprensibile della meccanica quantistica. Stop. Ora, bisognerebbe spiegare le basi fisiche di tale formulazione. Prima di tutto, rispondere al perché l'evoluzione lineare dello stato di un sistema fisico sia governato dall'equazione di Schrödinger nel dominio non relativistico. Successivamente, partendo da tale equazione, dimostrare come la funzione d'onda nell'equazione rappresenti lo stato di moto discontinuo e randomico delle particelle. Alla fine , spiegare perché la funzione d'onda collassi durante una misurazione convenzionale e perché la probabilità del risultato della misurazione soddisfi la regola di Born. Ma questa, è tutta un'altra storia!