

Fisica Quantistica

Rapido coinvolgimento fra
parole e formule

Giovanni Liveri

Fisica Quantistica

**Rapido coinvolgimento fra
parole e formule**

Giovanni Liveri

Fisica Quantistica - Rapido coinvolgimento fra parole e formule.

I edizione digitale © 2016

Copyright © 2016- Giovanni Liveri. Tutti i
diritti riservati

E mail: giovanniliveri@libero.it

Brevi lezioni di Elettronica, Fisica e Matematica



Introduzione

La fisica classica è dominata da due concetti fondamentali. Il primo è il concetto di particella, ovvero un'entità discreta avente una posizione e un momento ben definiti, la quale si muove in accordo alle leggi di Newton del moto. Il secondo concetto è quello di onda elettromagnetica, ovvero un'entità fisica estesa con una presenza in ogni punto dello spazio fornita da campi elettrici e magnetici che cambiano in accordo alle leggi di Maxwell dell'elettromagnetismo. Il quadro del mondo classico è chiaro e ordinato. Le leggi che regolano il moto delle

particelle sono responsabili del mondo materiale che ci circonda, mentre quelle dei campi elettromagnetici hanno a che vedere con le onde luminose che illuminano il nostro amato mondo. Tale visione classica cominciò a sgretolarsi a partire dal 1900, anno in cui Max Planck pubblicò la sua teoria sulla radiazione emessa da un corpo nero: vale a dire una teoria riguardo alla radiazione termica in equilibrio di un corpo che è, a tutti gli effetti, un perfetto assorbitore. Planck fornì una spiegazione delle proprietà osservate per la radiazione del corpo nero, assumendo che gli atomi emettano e assorbano quanti discreti di radiazione con energia pari a $E=h\nu$, dove ν è la frequenza della suddetta radiazione e h è

una costante fondamentale della natura con valore pari a:

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

Tale costante è oggi conosciuta col nome di “costante di Planck”. Nelle pagine a venire, scopriremo come la costante di Planck giochi uno strano ruolo sul legame fra proprietà particellari e ondulatorie. Nel fare ciò, ci aiuterà a comprendere come, in realtà, la fisica non possa essere basata su due concetti distinti e scollegati fra loro: il concetto di particella e quello di onda, appunto. Tali concetti classici, nella loro forma più smagliante, rappresentano soltanto una descrizione approssimata della realtà.

I fotoni

I fotoni sono quanti particellari della radiazione elettromagnetica. Essi viaggiano alla velocità della luce c , con un momento p e un'energia E date dalle seguenti formule:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica. Rispetto agli standard classici, il momento e l'energia di un fotone sono davvero

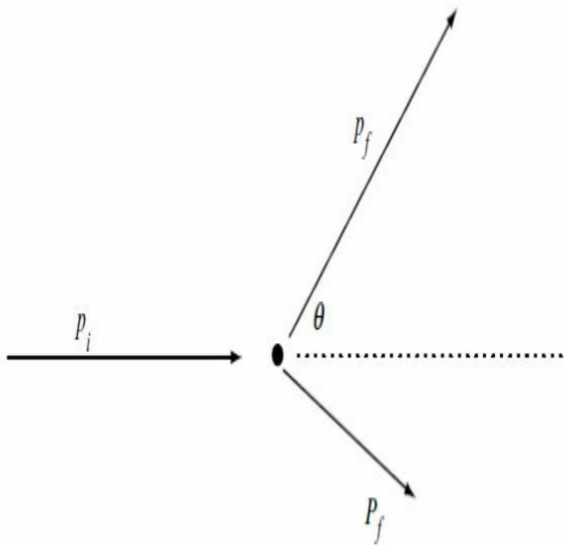
esigui. Ad esempio, il momento e l'energia di un fotone visibile con lunghezza d'onda pari a $\lambda=663$ nm sono rispettivamente pari a:

$$p = 10^{-27} \text{ Ns}$$

$$E = 3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Essendo un elettronvolt pari a $1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$, esso rappresenta un'unità utile per esprimere l'energia di un fotone: i fotoni visibili possiedono energie dell'ordine dell'eV, mentre i raggi X hanno energie dell'ordine dei 10keV, ad esempio. L'evidenza riguardo all'esistenza dei

fotoni emerse durante i primi anni del ventesimo secolo. Nel 1923 tale evidenza divenne impellente quando A.H. Compton mostrò come la lunghezza d'onda di un raggio X cresceva quando esso veniva scatterato (ovvero deviato rispetto alla propria usuale traiettoria) da un elettrone atomico. Tale effetto, oggi noto col nome di “effetto Compton”, poteva essere compreso soltanto assumendo che il processo di scattering prevedesse una collisione fra fotone ed elettrone in cui si conservassero momento ed energia. Proviamo a illustrarlo graficamente.



Il fotone incidente trasferisce momento all'elettrone stazionario in modo tale che il fotone "scatterato" possieda un

momento più basso rispetto a prima e quindi una lunghezza d'onda maggiore. Infatti, quando un fotone viene deviato di un angolo θ da un elettrone stazionario di massa m_e , l'aumento in lunghezza d'onda è dato da:

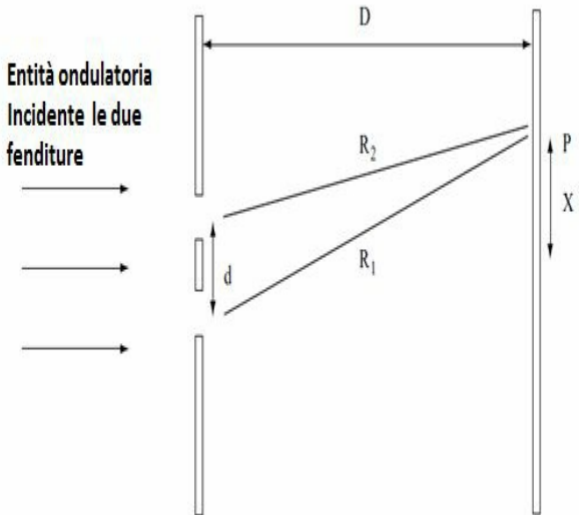
$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

Dalla formula precedente, si può notare come l'ampiezza di tale aumento è regolato dalla quantità:

$$\frac{h}{m_e c} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

una lunghezza fondamentale definita **lunghezza d'onda di Compton** dell'elettrone. Il concetto di "fotone" fornisce una naturale spiegazione dell'effetto Compton e di altri fenomeni elettromagnetici di natura particellare come ad esempio l'effetto fotoelettrico. A ogni modo, non è ben chiaro come il fotone possa essere responsabile delle proprietà ondulatorie della radiazione elettromagnetica. Illustreremo tale difficoltà di comprensione considerando l'esperimento dell'interferenza attraverso due fenditure, per la prima volta utilizzato da Thomas Young nel 1799 per misurare la lunghezza d'onda della luce. Gli elementi essenziali

dell'interferenza attraverso le due fenditure verranno di seguito illustrati:



L'esperimento consiste di un paio di

fenditure, separate da una distanza d , e uno schermo di osservazione posto a una distanza D da esse. Quando dei disturbi di natura ondulatoria, provenienti dalla due fenditure, interferiscono costruttivamente e distruttivamente sullo schermo, si riescono ad osservare delle frange luminose e scure ugualmente spaziate. Nel punto P, ad esempio, si verifica un'interferenza costruttiva, a una distanza X dal centro dello schermo, quando la differenza fra i due percorsi $R_1 - R_2$ è pari a un numero intero di lunghezze d'onda. Nel caso in cui $d \ll D$, tale differenza di percorso sarà pari a $\frac{xd}{D}$.

Quando la radiazione elettromagnetica passa attraverso le due fenditure viene fuori un pattern di frange di interferenza sullo schermo finale. Tali frange sorgono perché i disturbi di natura ondulatoria provenienti dalle due fenditure interferiscono costruttivamente oppure distruttivamente una volta arrivati sullo schermo. Tuttavia, un'analisi più accurata e attenta del pattern di interferenza, rivela come esso in realtà sia il risultato di innumerevoli fotoni che arrivano in differenti punti sullo schermo. Qualcosa del genere:

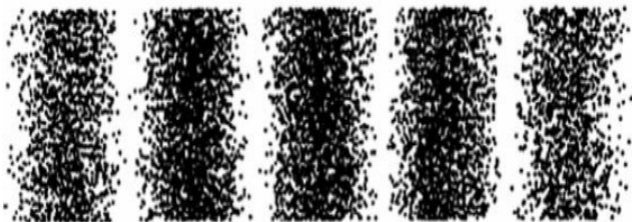
Pattern formato da 100 particelle quantiche



Pattern formato da 1000 particelle quantiche



Pattern formato da 100 000 particelle quantiche



Si tratta di una simulazione al computer del pattern di interferenza attraverso due fenditure. Ciascun punto indica una particella quantistica rilevata sullo schermo posizionato alle spalle delle fenditure. Quando l'intensità della luce incidente è molto bassa il pattern di interferenza sorge lentamente mano a mano che ciascun fotone arriva su un punto casuale dello schermo dopo aver, apparentemente, attraversato le due fenditure in una maniera ondulatoria. Tali fotoni, non si comportano come delle particelle classiche, con delle ben definite traiettorie. Piuttosto, nel momento in cui vengono presentate loro

le due alternative possibili di traiettoria da seguire (una per ciascuna fenditura), essi in realtà sembra che le attraversino entrambe, arrivando su un punto casuale dello schermo e dando vita a un profilo di interferenza. Di primo acchito, le proprietà particellari e ondulatorie del fotone appaiono estremamente strane. In realtà, non si tratta di una loro peculiarità. Infatti, nel prosieguo delle pagine, vedremo come elettroni, neutroni, atomi e molecole si comportino esattamente nel medesimo strano modo.

Le onde di de Broglie

La possibilità che le particelle della materia, come gli elettroni, potessero essere sia particelle che onde fu proposta, per la prima volta, da Louis de Broglie nel 1923. Più specificatamente egli propose che una particella di materia con momento p potesse agire come un'onda di lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Tale lunghezza d'onda è oggi nota col nome di "lunghezza d'onda di de

Broglie". È spesso utile riscrivere l'equazione relativa alla lunghezza d'onda di de Broglie in termini dell'energia della particella. La relazione generale fra energia relativistica ϵ e momento p di una particella dotata di massa m è pari a:

$$\epsilon^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

Ciò implica che la lunghezza d'onda di de Broglie di una particella con energia relativistica ϵ è data da:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(\epsilon - mc^2)(\epsilon + mc^2)}}$$

Quando la particella è ultra-relativistica

è possibile trascurare l'energia massiva mc^2 e ottenere:

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$$

Tale espressione è in accordo con la relazione fra energia e lunghezza d'onda per un fotone già incontrata in precedenza. Quando la particella è non-relativistica avremo:

$$\varepsilon = mc^2 + E$$

d o v e $E = p^2/2m$ è l'energia cinetica di una particella non relativistica, per l'appunto. Otterremo quindi per la lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

In pratica, la lunghezza d'onda di de Broglie di una particella di materia è molto piccola e difficile da misurare. A ogni modo, dall'equazione sopra riportata è possibile notare come particelle di piccola massa possiedano lunghezze d'onda più lunghe, il che implica che le proprietà ondulatorie delle particelle più piccole della materia, gli elettroni, sono le più semplici da rilevare. La lunghezza d'onda di un elettrone non-relativistico è ottenuta sostituendo

$$m = m_e = 9.109 \times 10^{-31}$$

nell'equazione precedente. Esprimendo l'energia cinetica E in elettronvolts, otterremo:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1.5}{E}} \text{ nm}$$

Da tale equazione si può immediatamente notare come un elettrone di energia 1.5eV possieda una lunghezza d'onda di 1nm mentre uno di 15keV abbia una lunghezza d'onda di 0.01nm . Dal momento che tali lunghezze d'onda sono confrontabili con le distanze fra gli atomi all'interno dei

solidi cristallini, gli elettroni con energie comprese nell'intervallo che va dall'eV al keV verranno diffratti dal reticolo cristallino. Per tale motivo, i primi esperimenti che dimostrarono le proprietà ondulatorie degli elettroni furono esperimenti di diffrazione cristallina. Essi furono svolti dagli scienziati C.J. Davisson, L.H. Germer e G.P. Thomson nel 1927. L'esperimento di Davisson coinvolgeva elettroni di energia attorno ai 54eV e lunghezza d'onda pari a 0.17nm che vennero diffratti dall'array regolare di atomi posti sulla superficie di un cristallo di nichel. Nell'esperimento di Thomson, elettroni di energia attorno ai 40eV e lunghezza d'onda 0.006nm furono fatti

passare attraverso un target policristallino e diffratti dai microcristalli orientati in maniera casuale. Tali esperimenti mostrarono, oltre ogni dubbio, come gli elettroni potessero comportarsi alla stessa stregua di onde dotate di lunghezza d'onda data dalla relazione di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

A partire dal 1927, molti esperimenti mostrarono come anche i protoni, i neutroni, gli atomi e le molecole possiedano proprietà ondulatorie. A

ogni modo, le implicazioni concettuali di tali proprietà vengono esplorate al meglio riconsiderando l'esperimento dell'interferenza attraverso le due fenditure già visto in precedenza. Ricordiamo come andavano le cose. Un fotone che fosse passato attraverso le due fenditure avrebbe dato vita a dei disturbi di natura ondulatoria che avrebbero interferito fra loro costruttivamente e distruttivamente nel momento in cui il fotone stesso fosse stato intercettato sullo schermo posizionato dietro le fenditure. Le particelle di materia si comportano in modo molto simile. Una particella di materia, così come un fotone, dà vita a dei disturbi ondulatori i quali

interferiscono costruttivamente e distruttivamente quando la particella stessa venga individuata su uno schermo. Ovviamente, crescendo il numero di particelle che passa attraverso le due fenditure, verrà fuori un vero e proprio pattern di interferenza sullo schermo di osservazione. Negli anni, sono stati osservati sperimentalmente pattern di interferenza formati da una grande varietà di particelle al loro passaggio attraverso il sistema a duplice fenditura. Fu altresì dimostrato come si potesse assistere ad un pattern di interferenza anche in presenza di una sorgente talmente fiavole che soltanto un elettrone alla volta fosse in transito, il che

confermò come ciascun elettrone sembrava proprio che passasse attraverso entrambe le fenditure in una maniera “ondulatoria” , prima che venisse intercettato, in un punto casuale, sullo schermo di osservazione. Gli esperimenti di interferenza attraverso duplice fenditura furono effettuati utilizzando neutroni, ma anche atomi e persino molecole. In ciascun caso, si osservò come ognuno esibisse effetti di interferenza simili l’uno rispetto a tutti gli altri. Tali esperimenti dimostrarono che le particelle di materia, come i fotoni, non sono in realtà delle particelle classiche, con delle traiettorie ben definite. Piuttosto, di fronte a due possibili traiettorie, una per ciascuna

fenditura nel caso degli esperimenti analizzati in precedenza, sembrava che seguissero entrambe le traiettorie, alla maniera “ondulatoria”, arrivassero su un punto casuale dello schermo e dessero vita a un pattern di interferenza. In ogni caso, il pattern consisteva di frange spaziate fra loro di $\lambda D/d$, dove d è la separazione fra le due fenditure, D la distanza dello schermo da quest’ultime e λ la lunghezza d’onda di de Broglie data dall’equazione:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

I fisici, negli anni, continuarono ad

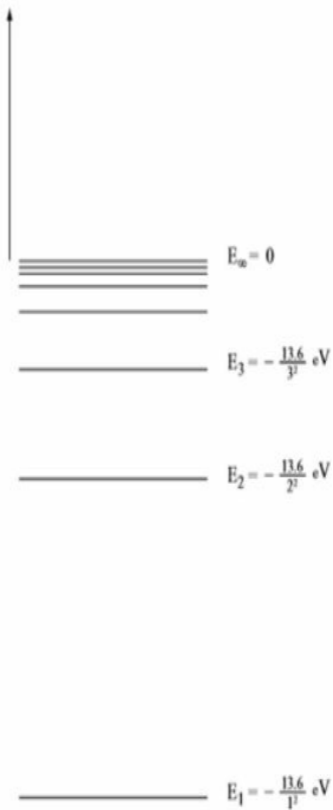
utilizzare l'ambigua parola "particella", per descrivere tali importantissimi oggetti microscopici. Per tale motivo, continueremo a vivere insieme a tale ambiguità, ma occasionalmente utilizzeremo il termine "particella quantistica" per ricordare come l'oggetto di cui si sta parlando è sì una particella, ma possiede anche proprietà ondulatorie. In tal modo daremo la duplice idea di particella e di onda. Nelle pagine a venire verrà enfatizzato il ruolo che la costante di Planck gioca nel legame fra particella e onda per una particella quantistica. Ad esempio, qualora la costante di Planck fosse pari a zero, tutte quante le lunghezze d'onda di de Broglie sarebbero pari a zero e le

particelle di materia esibirebbero soltanto delle proprietà classiche, da mera particella appunto. Allora, buona lettura e buona scoperta!

Gli atomi

È ben risaputo che gli atomi possano esistere in stati con energie quantizzate o discrete. Ad esempio, diamo un'occhiata ai livelli di energia per un atomo di idrogeno, il quale consiste semplicemente di un elettrone e un protone:

Continuo dei
livelli di energia
slegati



Gli stati legati di un elettrone e un protone possiedono energie quantizzate date dalla relazione seguente:

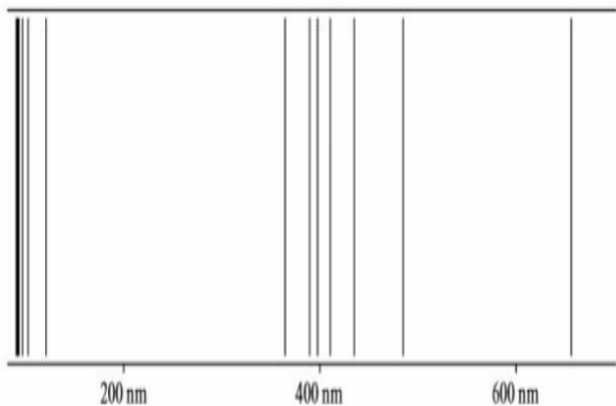
$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$$

dove n è un numero, chiamato **numero quantico principale**, il quale può assumere un infinito numero di valori $n=1,2,3,\dots$. Lo stato fondamentale dell'atomo di idrogeno ha $n=1$. Il primo stato eccitato possiede $n=2$. E così via. Quando l'energia di eccitazione è superiore a $13.6eV$, l'elettrone non è più legato al protone; l'atomo viene

ionizzato e la sua energia può, teoricamente, assumere qualsiasi valore nel continuo compreso fra $E=0$ e $E=\infty$. L'esistenza di livelli energetici atomici **q u a n t i z z a t i** è dimostrata dall'osservazione degli spettri elettromagnetici, in cui linee spettrali più ripide sorgono in corrispondenza di transizioni, dell'atomo stesso, fra due livelli energetici quantizzati. Ad esempio, una transizione fra gli stati dell'atomo di idrogeno caratterizzati rispettivamente da n_i e n_f , porta a una linea spettrale con una lunghezza d'onda λ data da:

$$\frac{hc}{\lambda} = |E_{ni} - E_{nf}|$$

Diamo un occhio ad alcune delle linee spettrali dell'atomo di idrogeno:



La serie di linee nella parte visibile dello spettro elettromagnetico, chiamata

“serie di Balmer”, nasce dalle transizioni fra gli stati con numero quantico principale $n=3,4,5\dots$ e uno stato con $n=2$. La serie di linee nell’ultravioletto, chiamata “serie di Lyman”, sorge invece dalle transizioni fra stati con numero quantico principale $n=2,3\dots$ e lo stato fondamentale $n=1$. I livelli di energia quantizzati degli atomi possono anche essere rilevati tramite processi di scattering. Ad esempio, quando un elettrone passa attraverso vapore di mercurio, esso ha una elevata probabilità di perdere energia quando la sua energia ecceda i 4.2eV , che è esattamente la differenza di energia quantizzata fra lo stato fondamentale e il primo stato eccitato dell’atomo di

mercurio. Inoltre, quando ciò si verifica, gli atomi di mercurio eccitati emettono, come conseguenza, fotoni con energia pari a $E=4.2\text{eV}$ e lunghezza d'onda pari a:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 254\text{nm}$$

Tuttavia, i livelli di energia quantizzati non sono la proprietà più straordinaria degli atomi. Gli atomi sono sorprendentemente elastici: nella maggior parte dei casi, infatti, essi non subiscono alcunchè quando collidono con gli atomi vicini, e se vengono eccitati a seguito di tali “incontri ravvicinati”, essi ritornano

immediatamente nella loro condizione pura. In aggiunta a ciò, gli atomi dello stesso elemento chimico sono tutti quanti identici fra loro: in qualche modo il numero atomico Z , ovvero il numero di elettroni all'interno dell'atomo, fissa un'identità specifica che è comune a tutti gli atomi che presentano tale stesso numero di elettroni. Infine, sebbene vi sia una grande varietà nelle proprietà chimiche, esiste in natura soltanto una variazione sorprendentemente piccola fra le dimensioni; ad esempio, un atomo di mercurio con 80 elettroni è soltanto tre volte più grande rispetto ad un atomo di idrogeno che ne contiene uno solo di elettrone. Tali eccezionali proprietà, mostrano come gli atomi non siano dei

sistemi solari in miniatura in cui elettroni, sotto forma di particelle, tracciano delle orbite classiche e ben definite attorno a un nucleo. Un atomo siffatto sarebbe infatti instabile, perché gli elettroni orbitanti irradierebbero energia elettromagnetica e collasserebbero sul nucleo. Anche in assenza di radiazione elettromagnetica, il pattern di orbite all'interno di un atomo di questo tipo cambierebbe ogni volta che l'atomo stesso collidesse con un qualsiasi altro atomo. Per tale motivo, tale "visione classica" non spiegherebbe il motivo per il quale gli atomi sono stabili, il perché atomi dello stesso elemento chimico sono sempre

identici fra loro o , infine, perché gli atomi hanno una sorprendentemente piccola variazione nella dimensione. Difatti, gli atomi possono essere compresi soltanto focalizzandosi sulle proprietà ondulatorie degli elettroni atomici. In qualche modo, gli atomi si comportano come se fossero degli strumenti musicali. Quando la corda di un violino vibra ad una determinata frequenza, essa darà vita a un pattern di onde stazionarie con una forma ben definita. Quando gli elettroni, di natura ondulatoria, con una ben definita energia, sono confinati all'interno di un atomo, anch'essi formeranno un pattern di onde dalla forma ben precisa. Un atomo è elastico per un semplice

motivo. Quando viene lasciato solo, esso assume la forma relativa al pattern ondulatorio di un elettrone nello stato di minima energia, e quando un atomo si trova in questo stato di minima energia gli elettroni non hanno tendenza alcuna a irradiare energia oppure a collassare sul nucleo. A ogni modo, gli elettroni atomici possono essere eccitati e assumere le forme dei pattern ondulatori relativi a energie quantizzate di valore più elevato. Una delle caratteristiche più sorprendenti delle “onde elettroniche”(ovvero quelle che rappresentano la natura ondulatoria dei singoli elettroni) all'interno di un atomo è che esse sono “ingarbugliate” in modo

tale che è praticamente impossibile riconoscere i singoli elettroni. Come risultato di ciò, i pattern possibili di onde elettroniche sono limitati a quelli compatibili con il cosiddetto “Principio di Esclusione di Pauli”. Tali pattern, per un atomo con numero atomico pari a Z , determinano in maniera univoca le proprietà chimiche di tutti gli atomi con tale numero atomico. Arrivati fino a questo punto, possiamo affermare che la natura ondulatoria degli elettroni atomici fornisce una spiegazione naturale delle dimensioni tipiche degli atomi. Dal momento che la lunghezza d'onda di de Broglie di un elettrone dipende dall'ampiezza della costante di Planck e

dalla massa dell'elettrone m_e , la dimensione di un atomo costituito da elettroni ondulatori dipenderà anch'essa da h e m_e . Sarà anche naturale aspettarsi una dipendenza dall'intensità della forza che lega un elettrone al proprio nucleo; quest'ultima è proporzionale a $e^2/4\pi\epsilon_0$, dove e è l'intensità di carica portata da un elettrone e un protone. Perciò, l'ordine di grandezza della dimensione atomica ci si aspetta essere una funzione di $e^2/4\pi\epsilon_0$, m_e e h (o $\hbar=h/2\pi$). Infatti, la naturale unità di lunghezza per la dimensione atomica è il cosiddetto "raggio di Bohr" il quale è dato da:

$$a_0 = \left[\frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \right] \frac{\hbar^2}{m_e} = 0.529 \times 10^{-10} m$$

Data quest'ultima lunghezza naturale, è possibile scrivere una unità naturale per le energie dei legami atomici:

$$E_R = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} = 13.6 \text{ eV}$$

È possibile notare come l'energia di legame di uno stato dell'atomo di idrogeno con numero quantico principale n è pari a E_R/n^2 . Il raggio di Bohr fu introdotto da Niels Bohr nel 1913 in un articolo che presentava un modello dell'atomo di grande successo.

Anche se il modello di Bohr è un ormai sorpassato mix fra fisica classica e postulati ad-hoc, l'idea centrale del modello è tuttora rilevante. Tale idea è che la costante di Planck gioca un ruolo chiave nella meccanica degli elettroni atomici. Bohr espresse la sua idea pressappoco in questo modo: "Il risultato della discussione di tutte queste domande sembra essere la generale consapevolezza riguardo all'inadeguatezza dell'elettrodinamica classica nel descrivere il comportamento di sistemi aventi le dimensioni atomiche. Qualunque sia l'alterazione subita dalle leggi del moto degli elettroni, sembra necessario introdurre all'interno delle leggi in

questione una quantità estranea alla elettrodinamica classica; ovvero, la costante di Planck, o come spesso è chiamata, quanto elementare di azione. Introducendo tale quantità, la questione della configurazione stabile degli elettroni all'interno degli atomi è essenzialmente cambiata, dal momento che tale costante ha una dimensione tale e una intensità tale che , insieme alla massa e alla carica delle particelle, può determinare una lunghezza dell'ordine di grandezza richiesto". Dieci anni dopo che ciò fu scritto, si realizzò come la costante di Planck abbia un ruolo cruciale all'interno degli atomi. Essa infatti lega le proprietà particellari e

quelle ondulatorie degli elettroni atomici. E tutto ciò è davvero notevole!

La misurazione

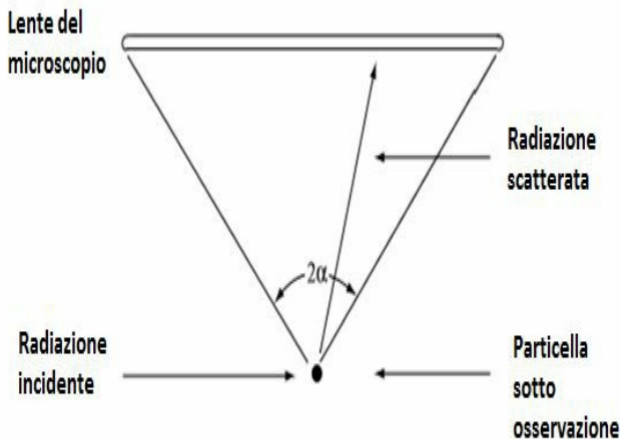
Nella fisica classica, l'atto di misurare qualcosa non influenza minimamente l'oggetto sotto osservazione dal momento che il disturbo associato alla misurazione stessa può essere reso arbitrariamente piccolo e trascurabile. Di conseguenza, le proprietà di un oggetto classico possono essere specificate con precisione e senza il bisogno di riferirsi al particolare processo di misurazione utilizzato. Questo non è assolutamente il caso della fisica quantistica. In quest'ultima, infatti, la misurazione gioca un ruolo decisamente attivo e disturbativo. A

causa di ciò, le particelle quantistiche vengono descritte al meglio in termini di possibili risultati di misurazione. Cercheremo di illustrare il ruolo della misurazione all'interno della meccanica quantistica introducendo il "Principio di Indeterminazione di Heisenberg" e in seguito utilizzando tale stesso principio per mostrare come la misurazione fornisca un ottimo contesto per descrivere le particelle quantistiche sia dal punto di vista ondulatorio che particellare.

Il principio di indeterminazione

Stiamo per introdurre il principio di indeterminazione per la posizione e il momento di una particella; e lo faremo, considerando un celebre esperimento mentale, dovuto a Werner Heisenberg, nel quale la posizione di una particella viene misurata utilizzando un microscopio. Tale apparato è conosciuto, non a caso, con il nome di “microscopio di Heisenberg”. L’esperimento prevede che la particella in questione venga illuminata tramite una radiazione luminosa incidente su di essa

e che la luce “scatterata” venga raccolta dalla lente di un microscopio. Qualcosa del genere:



A causa delle proprietà ondulatorie della luce, il microscopio possiede un

potere di risoluzione spaziale finito. Ciò vuol dire che la posizione della particella osservata possiede un'indeterminazione data approssimativamente da:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha}$$

dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione luminosa e 2α è l'apertura angolare della lente. Si può notare come la risoluzione possa essere migliorata riducendo la lunghezza d'onda della radiazione che illumina la particella; le onde luminose visibili sono meglio delle microonde, e i raggi X meglio ancora

della luce visibile, a tal proposito. A ogni modo, a causa delle proprietà particellari della luce, il processo di osservazione coinvolge innumerevoli collisioni fra fotoni (sotto forma di particelle), con i fotoni scatterati che penetrano nella lente del microscopio. Per farlo (ovvero perché un fotone riesca ad entrare nella lente), un fotone scatterato con lunghezza d'onda λ e momento h/λ deve possedere un momento laterale compreso fra:

$$-\frac{h}{\lambda} \sin \alpha \quad e \quad +\frac{h}{\lambda} \sin \alpha$$

Per tale motivo, il momento laterale del fotone scatterato è incerto di un grado

pari a:

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$$

Il momento laterale della particella osservata possiede una simile indeterminazione, dato che il momento si conserva quanto il fotone viene deviato. Si può notare come è possibile ridurre l'indeterminazione sul momento della particella osservata aumentando la lunghezza d'onda della radiazione tramite cui si illumina la particella stessa. Tuttavia ciò risulterebbe in una risoluzione spaziale del microscopio più povera e quindi in una crescita

dell'incertezza nella posizione della particella. In definitiva, combinando le due equazioni:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha}$$

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$$

avremo che le incertezze rispettivamente nella posizione e nel momento della particella osservata, sono approssimativamente legate dalla seguente relazione:

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

Tale risultato è definito “Principio di indeterminazione di Heisenberg”. Esso in pratica afferma che è possibile una migliore accuratezza nella posizione a spese di una maggiore incertezza sul momento, e viceversa ovviamente. Più precisamente il principio afferma che le incertezze fondamentali legate alla simultanea conoscenza di posizione e momento di una particella, obbediscono alla seguente disuguaglianza:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{dove } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Il principio di indeterminazione di Heisenberg suggerisce che, una precisa determinazione della posizione, ovvero

una $\Delta x=0$, è possibile soltanto a spese di una completa indeterminazione sul momento . Infatti, un'analisi dell'esperimento precedente che coinvolgeva il microscopio, la quale tiene in considerazione l'effetto Compton, mostra come una determinazione totalmente precisa della posizione sia impossibile. In accordo all'effetto Compton, analizzato in precedenza, la lunghezza d'onda di un fotone scatterato viene accresciuta di una quantità pari a:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

dove m è la massa della particella

osservata e θ è l'angolo di scattering che porta il fotone a raggiungere la lente del microscopio. Ciò implica che, anche se illuminassimo la particella con una radiazione di lunghezza d'onda pari a zero per ottenere la migliore risoluzione spaziale, la radiazione che entrerebbe nella lente del microscopio avrebbe una lunghezza d'onda dell'ordine di h/mc . Di conseguenza, la risoluzione potrebbe al massimo essere pari a:

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha} \sim \frac{h}{mc \sin \alpha}$$

Il che significa che la minima indeterminazione sulla posizione di una particella osservata di massa m è

dell'ordine di h/mc . Tale analisi dell'esperimento con il "microscopio di Heisenberg" ha illustrato il ruolo che gioca la costante di Planck all'interno di una misurazione. Ovvero, le incertezze minime nella posizione e momento di una particella sotto osservazione sono legate dalla relazione

$$\square \quad \Delta x \Delta p \approx h$$

Inoltre, la minima indeterminazione sulla posizione non è pari a zero, bensì è dell'ordine di h/mc . Ciascuno di noi dovrebbe resistere alla tentazione di credere che una particella possa realmente avere una posizione e un momento definiti. Questi ultimi, infatti, a

causa della goffa natura dell'osservazione, non possono essere misurati. Non esiste alcuna evidenza riguardo all'esistenza di particelle con una posizione e un momento ben definiti. Tale concetto è soltanto un'idealizzazione inosservabile, oppure è una semplice invenzione frutto della fervida immaginazione dei fisici classici. Il principio di indeterminazione di Heisenberg può essere considerato come un segnale di pericolo che ci dice quanto lontano riusciremmo ad andare utilizzando i concetti classici di posizione e momento, prima di incontrare seri problemi con la realtà delle cose e dei fatti.

Misurazione e dualismo onda-particella

Riassumendo , mentre è possibile osservare le proprietà particellari di una particella quantistica nel momento in cui si cerchi di rilevarla, è invece soltanto possibile dedurre le sue proprietà ondulatorie a partire dalla natura casuale delle sue proprietà particellari osservate. Ad esempio, durante l'esperimento delle due fenditure, le proprietà particellari vengono osservate quando la posizione di una particella

quantistica venga misurata sullo schermo. Tuttavia, il passaggio “ondulatorio” della particella quantistica attraverso entrambe le fenditure non viene osservato. Esso infatti viene dedotto da un pattern di arrivi sullo schermo, il quale potrebbe sorgere soltanto dall’interferenza di due disturbi di natura ondulatoria attraverso le due fenditure. A ogni modo, le proprietà dedotte di una particella quantistica dipendono dall’esperimento e dalle misurazioni che vengono portate avanti durante l’esperimento stesso. Chiaramente, le particelle di cui stiamo parlando non sono le particelle classiche che passano necessariamente attraverso una fenditura oppure

attraverso l'altra; non si tratta neppure di onde classiche che passano attraverso entrambe le fenditure contemporaneamente. Stiamo parlando di particelle quantistiche, le quali hanno la capacità di comportarsi in entrambi questi modi. Ma soltanto uno di essi può essere dedotto all'interno di un particolare arrangiamento sperimentale. L'implicazione più importante di tutta questa discussione riguardo alla misurazione è che la meccanica quantistica descrive soltanto ciò che possiamo conoscere riguardo al mondo. E, dal momento che non è possibile conoscere con precisione posizione e momento di un elettrone, non possiamo

descrivere con precisione un mondo in cui un elettrone abbia sia una posizione che un momento precisi. Tale discorso non è ristretto alla misurazione di posizione e momento di una singola particella. Esso si applica anche ad altre proprietà osservabili di una particella quantistica e persino a sistemi di particelle quantistiche. Abbiamo visto come la teoria delle particelle quantistiche fornisca un modo per trattare le proprietà particellari e ondulatorie di una particella e, nel fare ciò, coinvolga la costante che lega tali proprietà. La costante di Planck. Essa è il tramite, la via che bisogna percorrere per arrivare alla conoscenza del mondo. Lo sviluppo richiederà necessariamente

l'adozione di concetti matematici astratti, impalpabili, ma vi assicuro che i risultati non lo sono perché si limitano a descrivere ciò che noi, in fondo, abbiamo imparato a conoscere del nostro amato mondo!

