La Fisica quantistica in parole povere

Giovanni Liveri

La Fisica quantistica in parole povere

Giovanni Liveri

La Fisica quantistica in parole povere.

I edizione digitale © 2017

E mail: giovanniliveri@libero.it

Brevi lezioni di Fisica Quantistica

Sommario

Introduzione

Che cos’è la materia? Questa è la domanda a cui i fisici hanno a lungo tentato di dare una risposta. E alla fine sono giunti a delle conclusioni davvero sorprendenti, se non, a volte, sconcertanti. Tutti sappiamo(almeno credo) cosa siano gli elettroni e i protoni. Sono delle minuscole particelle che orbitano, l’una attorno all’altra, per formare gli atomi, i quali sono i mattoncini fondamentali di cui è costituita la materia. Fin qui niente di strano oppure bizzarro. Tuttavia, la natura particellare degli elettroni e dei protoni, e di tutta la materia in generale, non è, alla fine della fiera, sufficientemente corretta come, invece, ci aspetteremmo che fosse. Infatti, tali particelle possono anche comportarsi da onde e ciò è un qualcosa che sfida ogni sorta di umana immaginazione: riuscite ad immaginare una pallina da tennis che si comporti come un qualcosa che non sia un oggetto? Oppure, come è possibile che la materia agisca da **onda**, ovvero un disturbo itinerante in grado di trasportare energia? Tutto davvero molto bizzarro, ma tutte quante domande a cui bisogna dare una risposta. D’altro canto, i fisici si sono posti numerosi interrogativi anche riguardo alla luce, la quale è da sempre stata conosciuta e riconosciuta per le sue qualità ondulatorie. Ma come si comporta realmente la luce? Se la facciamo passare attraverso un paio di fenditure essa è in grado di interferire dando vita a frange di interferenza costruttiva e distruttiva. D'altro canto, tutti(o quasi) avremo sicuramente sentito parlare dei **fotoni**, i quali altro non sono che particelle di luce e che quindi danno evidenza di eventuali qualità particellari della luce stessa. Ma allora, che cos'è realmente la luce? Si tratta di un'onda o di una particella? La risposta è: **entrambe**. Insomma, madre Natura non ha badato a spese! La luce esibisce sia qualità ondulatorie che particellari.

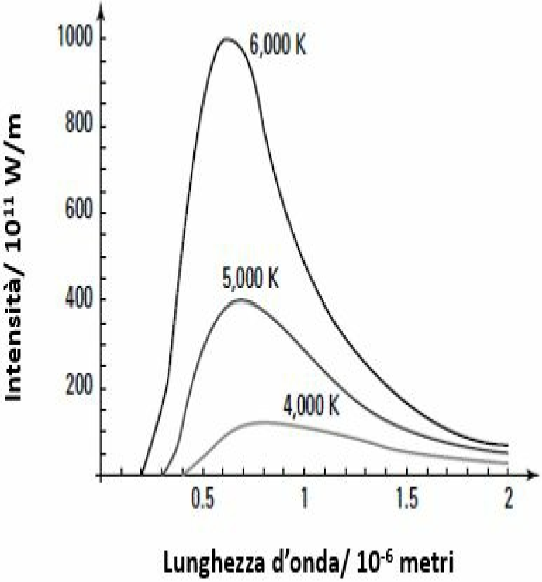
Imbattersi nell'una o nell'altra dipende da cosa stiamo misurando. Stop. Come capitolo introduttivo direi non male. Abbiamo accennato alla natura particellare della luce. Abbiamo parlato della natura ondulatoria degli elettroni. Nel prosieguo parleremo degli esperimenti che hanno suggerito tali interessanti relazioni fra energia e materia. La cosa bella è che tutto questo lega perfettamente con l'idea di Einstein che la massa e l'energia siano equivalenti fra loro: vi sarete probabilmente imbattuti nella famosa equazione $E=mc^2$! Il risultato è ovviamente una visione più completa delle onde, delle particelle, dell’energia, del momento e quindi del mondo in cui viviamo. Ma partiamo dall’inizio, seguendo le stesse impronte che i fisici hanno tracciato storicamente. Che poi un principio non è, ma soltanto un punto di partenza. Rimanete incollati alle pagine. Vi assicuro che ne varrà la pena e che sarete soddisfatti di conoscere meglio il mondo che abitiamo. Allora, buona lettura e buon divertimento!

LA RADIAZIONE DEL CORPO NERO E LA SCOPERTA DELLA NATURA PARTICELLARE DELLA LUCE.

Il primo esperimento che mostrò come la luce potesse avere un comportamento simile a quello delle particelle, fu legato alla spiegazione dello spettro di radiazione della luce che ogni corpo emette. Quella che i fisici chiamano "**radiazione del corpo nero**", non è altro che la radiazione proveniente da una superficie ideale in grado di assorbire ogni lunghezza d'onda di radiazione indicente su di essa. I fisici studiarono ampiamente la suddetta radiazione, in maniera pratica e sperimentale e, fino al 1900, molto si conosceva su di essa. Tuttavia, l'enorme castello di sabbia, rappresentato dalle loro conoscenze e consapevolezze in materia, cominciò a sgretolarsi, progressivamente e inesorabilmente, non appena cambiamenti decisamente rivoluzionari investirono la fisica. Il problema della radiazione del corpo nero non soltanto suggerì la natura particellare della luce, ma portò all'inevitabile avvento della fisica quantistica. Nel prosieguo, cercheremo di capire quali risultati sperimentali abbiano portato al progressivo convincimento che la luce sia più che una semplice onda.

Il problema legato alla radiazione del corpo nero.

Un pezzo di carbone ardente, con temperatura prossima ai 1000 gradi kelvin, emette una luce dal color ciliegia che si può vedere ad occhio nudo. Anche le persone, con una temperatura intorno ai 310 gradi kelvin, sebbene non risplendano nello spettro visibile, emettono luce infrarossa, che è visibile soltanto con occhialini per la vista notturna. I fisici studiarono lo spettro di tale luce e scoprirono subito come quest'ultimo variasse con la temperatura dell'oggetto in questione (quello che in fondo emetteva la radiazione). Per intenderci, lo spettro della luce emessa da un corpo nero perfetto – intensità vs lunghezza d'onda – assumeva le seguenti sembianze:



Giusto per completezza di informazione, l'**intensità** di cui si parla nel grafico non è altro che l'ammontare di energia radiata dall'onda per unità di area e unità di tempo. Un **corpo nero perfetto** è semplicemente un oggetto, badate bene un qualsiasi oggetto, che emette tanta luce quanta ne riceva dall'ambiente circostante. Ciò che rese perplessi i fisici, agli inizi del ventesimo secolo, fu la forma dello spettro. Infatti, non appena la temperatura del corpo nero aumentava, la lunghezza d'onda della luce emessa con più alta intensità (il picco di ciascun grafico visto in precedenza, per intenderci) decresceva, creando uno spettro con la forma caratteristica riportata in precedenza. Ovviamente, i fisici avanzarono un sacco di teorie sul come funzionasse questo benedetto corpo nero, ma ciascuna di esse si dimostrò essere incompleta – al massimo, ciascuna teoria riusciva a giustificare soltanto una parte dello spettro, alle basse lunghezze d’onda oppure alle alte. Ma nessuna, e dico nessuna, riusciva a fornire un modello teorico soddisfacente del come i corpi neri producessero esattamente lo spettro visto nella figura precedente. Un tentativo di spiegazione dello spettro del corpo nero, soltanto in termini di onde, venne profuso da Lord Rayleigh(per gli amici più intimi John William Strutt, terzo barone Rayleigh). La sua teoria, produceva una predizione dello spettro che funzionava abbastanza bene alle alte lunghezze d’onda. Sfortunatamente, tale teoria aveva un piccolissimo problema: essa prevedeva che un corpo nero irradiasse con una potenza infinita! Dici poco! In pratica, lo spettro predetto dalla teoria del nostro caro baronetto tendeva all'infinito man mano che le lunghezze d'onda divenivano piccole e ancora più piccole e sempre più piccole. Tirando le somme, tutti quanti i tentativi di spiegare lo spettro del corpo nero, utilizzando soltanto le onde, ebbero problemi simili a quello appena descritto. Una gran bella sfida, insomma, all'ingegno e alla creatività umana! Chissà come sarà andata a finire!

Planck e la sua “discreta” idea del mondo.

Max Planck, un fisico tedesco, si gettò nella mischia proponendo un’idea alquanto radicale: egli sosteneva che bisognasse considerare il corpo nero come una collezione di tanti oscillatori atomici, ciascuno dei quali emetteva radiazione. Voi direte: cosa c’è di tanto radicale in questa idea? Ebbene, la parte radicale della teoria di Planck era che tali oscillatori di dimensione “atomica”, potessero emettere soltanto energie pari a:

$$E = nhf \qquad n = 0, 1, 2, 3, ...$$

dove n è un numero intero positivo, f è la frequenza dell'oscillatore e h è una costante detta "costante di Planck":

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

Vale a dire, ciascun oscillatore atomico poteva irradiare soltanto energie che fossero discrete e fossero multipli di hf. Tutte le altre energie non erano ammesse. Giusto per farvi intuire la grandezza e genialità di questo uomo, il quale non a torto viene considerato il padre della fisica moderna, vi ricordo che oggi , quando soltanto certi stati energetici sono permessi, si suole dire che il sistema è **quantizzato.** In pratica, questo signore ha tracciato il solco di inizio dell'intera fisica quantistica. Non male, direi! Ma torniamo a noi. Il fatto che l'energia potesse essere emessa soltanto con certi livelli (energetici ovviamente), significava che non soltanto gli oscillatori atomici fossero quantizzati, ma che lo fosse anche la luce. In parole povere, la luce generata da un corpo nero doveva esistere in **quanti** discreti, con soltanto determinate energie permesse. Tale idea era in disaccordo e contraddiceva la visione classica della luce, considerata uno spettro continuo di tutte le possibili lunghezze d'onda. Il risultato ottenuto da

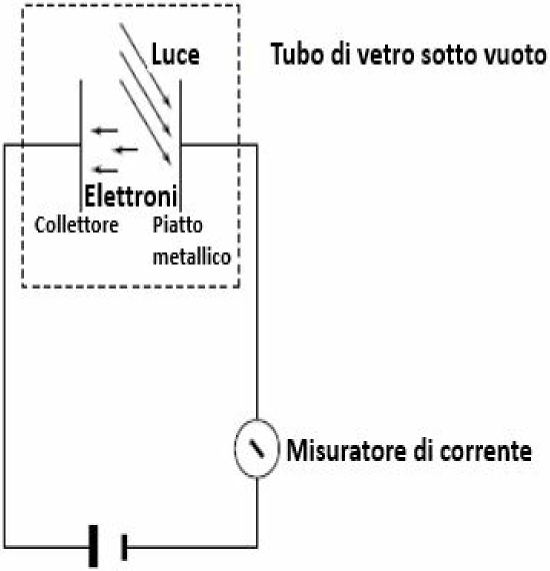
Planck implicava soltanto una cosa: la natura particellare della luce, con ciascuna particella di luce che possedeva la propria energia permessa. Considerando che la fisica “classica” era rappresentata, ai tempi di Planck, da una casta di pochissimi eletti che supponeva di conoscere a menadito il mondo e di non avere altro da imparare in merito al suo ingranaggio interno, direi che la paternità della fisica moderna è del tutto meritata!

I PACCHETTI DI ENERGIA LUMINOSA: L'EFFETTO FOTOELETTRICO E I SUOI AVANZAMENTI.

Albert Einstein(non c’è bisogno di presentazioni tanto tutti lo conoscono!) fu il primo a proporre l’idea che la luce consistesse di pacchetti di energia. E lo fece come risultato dei suoi tentativi di dare una spiegazione al cosiddetto effetto fotoelettrico, un fenomeno che Heinrich Hertz osservò per primo in maniera del tutto casuale e fortuita. L’**effetto fotoelettrico** è definito tale perché si fonda sul fatto che degli elettroni vengano espulsi da un pezzo di metallo a seguito dell’incidenza, sul metallo stesso, di un fascio di fotoni. Nelle prossime pagine, cercheremo di descrivere più in dettaglio tale effetto e mostreremo in che modo Einstein sia riuscito a darne una spiegazione plausibile. Non state più nella pelle? Fremete per avere informazioni aggiuntive? Allora mettiamoci immediatamente a lavoro!

Il mistero dell’effetto fotoelettrico.

In cosa consiste l’effetto fotoelettrico? Per rispondere a tale domanda, illustriamo immediatamente un apparato sperimentale che consenta di misurarlo. A volte la pratica è molto più immediata della teoria! Vediamolo :



Come funziona l'apparato riportato in figura? Cerchiamo di spiegarlo in parole povere. Gli elettroni sono normalmente intrappolati all'interno del metallo, attratti dalla carica positiva dei nuclei degli atomi del metallo stesso. Anche qualora venisse applicata una tensione fra il piatto metallico e il collettore, gli elettroni non lascerebbero la superficie perché legati in maniera quasi indissolubile al metallo. Tuttavia, quando un fascio di luce incide su quest'ultimo, la luce interagisce con gli atomi del metallo, eccitandoli. In determinate circostanze, tale luce può fare in modo che alcuni elettroni si liberino dalla superficie del metallo. Insomma, quando la luce darà agli elettroni l'energia di cui necessitano per abbandonare la superficie del metallo, essi verranno espulsi. Tali elettroni emessi, viaggeranno verso il piatto positivo, chiamato **collettore.** Il piatto metallico e il collettore si trovano all'interno di un tubo sotto vuoto per minimizzare il numero di collisioni fra gli elettroni e gli atomi dell'aria, le quali complicherebbero notevolmente la faccenda. Dal momento che gli elettroni viaggiano da un piatto metallico all'altro, si darà vita ad un flusso di corrente (si tratterà di una corrente esigua) che potrà essere misurata tramite il contatore di corrente posto in basso nella figura precedente. Essenzialmente, quando si proietta della luce sul metallo viene fuori un flusso di corrente. In parole povere si sta parlando di questo! Per isolare l’effetto della frequenza della luce incidente, i ricercatori decisero di incidere il metallo con luce monocromatica (ovvero luce di una particolare frequenza). Essi, quindi, furono in grado di analizzare gli effetti dovuti alla variazione della frequenza e dell’intensità di tale luce, in maniera separata. La luce avrebbe investito gli atomi del metallo, e i fisici si sarebbero aspettati che, utilizzando un numero sufficiente di onde di luce, gli elettroni avrebbero raccolto sufficiente energia per essere emessi. Per cui, ragionando classicamente, più intensamente la luce incideva il metallo, più energia avrebbero avuto gli elettroni emessi.

Tale assunzione, prevedeva che, in corrispondenza di livelli di luce molto bassi, gli elettroni avrebbero avuto bisogno di un po' più di tempo per raccogliere l'energia sufficiente a innescare il processo di emissione. Ma ciò non fu quello che accadde realmente. Due furono le "sorprese":

1) L'energia degli elettroni emessi risultò essere indipendente dall'intensità della luce: raddoppiando l'ammontare di luce, gli elettroni osservati dai ricercatori non risultavano possedere differenti livelli di energia una volta emessi.
2) Quando i ricercatori iniziarono ad incidere il metallo con luce di bassa

intensità, gli elettroni iniziarono ad essere emessi immediatamente; non era loro necessario alcun tempo aggiuntivo per raccogliere sufficiente energia prima di essere emessi.

Insomma, l’interpretazione classica di tale effetto cozzava con la realtà dei fatti e tutto quanto appariva, agli occhi dei ricercatori, come un enorme casino. Saranno riusciti i nostri eroi a dipanare questo insormontabile problema? Lo scopriremo nelle prossime pagine.

Super Einstein e l’introduzione dei fotoni.

Einstein (ve lo ricordate?), prendendo spunto dal lavoro pubblicato da Max Planck, propose che la luce fosse in realtà composta da pacchetti discreti di energia, quelli che oggi conosciamo col nome di **fotoni.** In particolare, sempre seguendo Planck , Einstein sostenne che l’energia di ciascun fotone fosse uguale a:

$$E = hf$$

dove E è l’energia del fotone, h è la

costante di Planck(6.626×10^{-34} J*s) ed f è la frequenza di ciascun fotone. L'equazione di Einstein mostrava come l'energia di ciascun fotone dipendesse dalla frequenza. Per l'effetto fotoelettrico, il celebre scienziato suggerì che ciascun elettrone assorbisse un fotone, cosicchè l'energia degli elettroni emessi dipendesse anche dalla frequenza della luce incidente. Una luce più intensa conteneva più fotoni, per cui l'intensità influenzava il numero di elettroni emessi ma non la loro energia. Adesso che ci siamo finalmente imbattuti negli splendidi fotoni, è lecito domandarsi quale sia la loro massa – dopo tutto il nodo centrale della nostra discussione è proprio il fatto che essi agiscano da particelle! Perciò , di che massa stiamo parlando, alla fin fine? Se avete letto il mio libro **Relatività ristretta FAST- come capire la relatività in meno di un giorno**(ma sì dai facciamo un po' di pubblicità!), avrete di certo imparato che l'energia di un qualcosa in movimento è pari a:

$$E = \frac{mc^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

Per cui, riarrangiando l'equazione al fine di isolare il termine mc^2, otterremo:

$$E\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}=mc^2$$

Ora, il termine seguente

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

è pari a zero, dal momento che, per definizione di fotone, v=c. L'energia ovviamente è diversa da zero, ma il prodotto di E per zero darà sempre come risultato zero. Per cui, $mc^2=0$, il che vuol dire che m=0. La massa dei fotoni è quindi pari a zero. Sì, proprio così, **ZERO.** Cominciamo bene!

Applicazioni dal mondo reale: calcoliamo i fotoni al secondo emessi da una lampadina ad incandescenza.

Consideriamo una lampadina ad incandescenza da 100Watt. La domanda è: quanti fotoni è in grado di emettere al secondo? Riuscite a pensare ad una risposta plausibile? Proviamo, insieme, a tirarne fuori una. Ciò di cui abbiamo bisogno è conoscere l'energia che la luce emette ogni secondo e l’energia di ogni fotone. Dal momento che lo spettro di una lampadina, più o meno, copre lo spettro visibile, assumiamo che la lunghezza d’onda visibile media emessa dalla lampadina sia la luce verde(λ=555 nanometri). Okay, fin qui forse ci siamo. Quanta energia emette il bulbo ogni secondo? Si tratta dei 100Watt, ovvero 100 Joule al secondo, di cui abbiamo parlato in precedenza? Non esattamente. Le luci a incandescenza sono efficienti soltanto al 2% - vale a dire che una lampadina da 100 Watt emette soltanto 2 Joule di luce visibile al secondo. Okay, ma quanti fotoni ci sono in 2 Joule al secondo? Per determinare ciò, bisogna trovare l’energia di ciascun fotone. Pian piano ci stiamo arrivando, tranquilli! Abbiamo assunto che la lunghezza d'onda della luce emessa sia verde, in media λ=555 nanometri. Ma qual è la frequenza? È possibile legare la velocità della luce(c) alla sua frequenza(f) e lunghezza d'onda (λ) , nel modo seguente:

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Per cui la frequenza della luce verde è pari a :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.0 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{555 \times 10^{-9}\ \text{m}} \approx 5.40 \times 10^{14}\ \text{Hz}$$

Il che significa che l'energia di un fotone è pari a:

$$E = (6.626 \times 10^{-34}\ \text{J-s})(5.40 \times 10^{14}\ \text{Hz})$$
$$\approx 3.58 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

Per cui, il numero di fotoni emessi per secondo è pari a:

$$\frac{\text{Energia /sec emessa}}{E_{fotone}} = \frac{2\,\frac{J}{s}}{3.58\text{x}10^{-19}\,J} = 6\text{x}10^{18}\ \text{fotoni/sec}$$

In definitiva, una lampadina da 100Watt emette $6\text{x}10^{18}$ fotoni/sec nello spettro visibile – un numero davvero notevole!

Perché l'energia cinetica degli elettroni è indipendente dall'intensità della luce incidente?

Dopo tante belle parole, esattamente, in che modo Einstein ha utilizzato i fotoni per spiegare l'effetto fotoelettrico? Ricordiamo che due erano le evidenze su cui fare leva: l'idea che l'energia cinetica degli elettroni emessi fosse indipendente dall'intensità della luce incidente; e poi il fatto che gli elettroni venissero emessi istantaneamente, anche nel caso di luce a bassa intensità. Andiamo in ordine e partiamo con la prima spiegazione. Classicamente, ci aspetteremmo che gli elettroni vengano emessi tramite onde elettromagnetiche dotate di spettro continuo – e più è intensa la luce incidente più rapidamente dovrebbero andare gli elettroni espulsi. Tuttavia, ciò non accade. Infatti, per una particolare frequenza di luce, gli elettroni espulsi possiedono una particolare energia cinetica – e anche se si illumina il metallo con il doppio della luce, non si otterranno elettroni con maggiore energia cinetica (anche se si otterrà un maggior numero di elettroni). La teoria particellare dei fotoni spiega invece l'effetto fotoelettrico sostenendo che l’energia di ciascun fotone – e quindi l’energia che esso può trasferire a un singolo elettrone – dipenda solo e soltanto dalla sua frequenza. Perciò, invece di avere elettroni che assorbono energia in virtù del fatto che vengano “irrigati” da luce continua, ciascun elettrone assorbe un solo fotone. Questo è il motivo per cui l’energia cinetica degli elettroni emessi è indipendente dall’intensità della luce: quest’ultima determina soltanto il numero di fotoni e non le loro energie individuali. È l’energia del fotone che determina l’energia cinetica degli elettroni emessi. Secondo il modello “fotonico” di Einstein, l’energia di ciascun fotone diventa:

1) L'energia necessaria a spingere un elettrone fuori dal metallo
2) L'energia cinetica di tale elettrone

La prima, ovvero l'energia necessaria a far espellere un elettrone dal metallo, viene chiamata **funzione lavoro.** La identificheremo come WF(per sentirci tutti quanti un po' più inglesotti!). Per cui, l'energia di ciascun fotone, che è pari, abbiamo visto in precedenza, a hf sarà uguale alla seguente relazione:

$$hf = KE + WF$$

dove KE è l'energia cinetica dell'elettrone emesso e h è la costante di

Planck($6,626 \times 10^{-34}$ J*s). Tale equazione relativa all'energia cinetica dell'elettrone emesso dal metallo ci racconta l'intera storia senza inganni: l'energia cinetica di un elettrone emesso dipende soltanto dalla frequenza dei fotoni incidenti(non dal loro numero) e dalla funzione lavoro. Stop!

Perché gli elettroni vengono emessi istantaneamente?

Per descrivere l’effetto fotoelettrico, il secondo problema che Einstein doveva risolvere aveva a che fare col perché gli elettroni venissero emessi istantaneamente quando della luce, anche di bassa intensità, veniva inviata sulla superficie del metallo. Classicamente, ci si sarebbe aspettati che l’intensità della luce dovesse ammucchiare un quantitativo minimo di energia per riuscire ad innescare l’emissione di elettroni. Tuttavia, utilizzando la teoria di Einstein dei pacchetti di energia, non c'è più bisogno di aspettare che onde di luce di bassa intensità accumulino energia sufficiente a far emettere elettroni, perché la luce è in realtà formata da pacchetti di energia, il cui valore energetico dipende soltanto dalla loro frequenza. Ciò significa che, non appena si illumini il metallo con della luce, si hanno già fotoni energetici a sufficienza per provocare l'espulsione di elettroni – non c'è bisogno di aspettare alcunchè. Ripetiamolo: ciascun fotone possiede già l'energia sufficiente a farlo. Per cui, incidendo il metallo con luce di bassa intensità, si riesce ancora ad ottenere espulsione di elettroni. Ovviamente, quest'ultimi saranno in numero minore rispetto a quando si utilizzi una luce di intensità maggiore. Insomma, Einstein trionfa ancora una volta!

Curiosità: Einstein e il premio Nobel.

Tutti sanno che Einstein ha vinto il premio Nobel grazie alla sua famosissima formula $E=mc^2$. SBAGLIATO! Einstein ha vinto il premio Nobel, nel 1921, per il suo lavoro sull'effetto fotoelettrico. Ad ogni modo, il suo contributo scientifico è stato talmente prolifico che avrebbe benissimo potuto riceverlo tante altre volte ancora. Ammettiamolo una volta per tutte! Vincere il premio Nobel è una cosa davvero straordinaria. Io non ho amici che lo abbiano vinto o che ambiscano a farlo. E per me rimane ancora un sogno dell’adolescenza. Quindi, se ricevete una chiamata da Stoccolma, magari di mattina presto, perché in Scandinavia sono già operativi a quell’ora, pensate alle mie parole e sognate ad occhi aperti. Tanto poi non riuscirete mica a riaddormentarvi!

Effetto fotoelettrico: un po' di pratica!

Consideriamo finalmente un esempio. Noi siamo dei fisici provetti, vero? Allora, decidiamo di fare pratica con l'effetto fotoelettrico già di prima mattina, utilizzando il primo pezzo di metallo in cui ci imbattiamo in casa. Cosa accade, allora, all'amatissimo set di posate di argento di nostra moglie (oppure di nostra mamma, per i più giovani)? Quando tentiamo di illuminarlo con una torcia, gli elettroni vengono via o no? Sappiate che la **funzione lavoro** di un metallo viene di solito espressa in elettronvolt, eV, e 1 elettronvolt è l'energia necessaria a muovere 1 elettrone attraverso 1 Volt di potenziale.

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

La formula sopra riportata deriva ovviamente dal fatto che Lavoro=qΔV e q è la carica dell'elettrone, q= 1,60 x10^{-19} C. ΔV, invece, è pari a 1V. Tornando al caso delle nostre amatissime posate, la funzione lavoro (WF per gli inglesi) dell'argento è pari a 4.72eV, per cui c'è bisogno di tale quantità di elettronvolt per liberare un elettrone dalla superficie dell'argento stesso. Quindi, qual è la frequenza di cui necessitiamo per cominciare a liberare elettroni? Convertendo 4.72eV in Joule, otteniamo l'energia necessaria a "scavalcare" la funzione lavoro:

$$E = (4.72\mathrm{eV})\left(1.60\mathrm{x}10^{-19}\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{eV}}\right) = 7.55\mathrm{x}10^{-19}\mathrm{J}$$

Okay, per cui abbiamo bisogno di fotoni con una energia pari a $7.55 \mathrm{x}10^{-19}$ J. Bene, ma quale frequenza corrisponde al risultato appena ottenuto? Sappiamo che:

$$E_{fotone} = hf$$

dove h è la costante di Planck($6.626 \mathrm{x} 10^{-34}$ J*s) e f è la frequenza del fotone. Riarrangiando la formula, potremo affermare che:

$$f = \frac{E_{fotone}}{h}$$

Dal momento che l'energia del fotone deve essere al minimo 7.55 $x10^{-19}$ J, otterremo che la minima frequenza necessaria sarà pari a:

$$f = \frac{7.55 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}}{6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\text{-}s}} = 1.14 \times 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

Okay, siamo quasi arrivati al punto. La luce da "sparare" sulle posate della mamma (o della moglie) deve avere una frequenza di minimo $1.14x10^{15}$ Hz per consentire la liberazione di elettroni. Quale lunghezza d'onda di luce, λ , vi corrisponde? Dal momento che $c=\lambda f$, sappiamo che :

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Per cui, la lunghezza d'onda corrispondente alla minima frequenza di cui abbiamo bisogno è pari a:

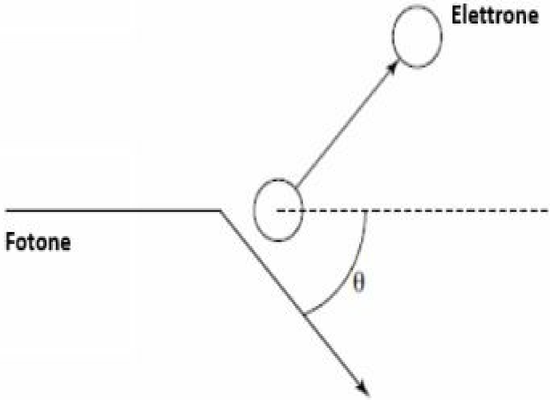
$$\lambda = \frac{3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{1.14 \times 10^{15}\ \text{Hz}} = 2.63 \times 10^{-7}\ \text{m} = 263\ \text{nm}$$

Alla fine dei conti abbiamo trovato che la luce in questione deve avere una lunghezza d'onda uguale o minore di 263 nanometri – che ricade nel range dell'ultravioletto, rendendo vano il nostro tentativo di utilizzare, a tale scopo, una semplice torcia domestica!

LE COLLISIONI.

L'effetto Compton e la prova regina della natura particellare della luce.

Anche se Einstein aveva annunciato a tutto il mondo che la luce viaggia in pacchetti di energia, la natura particellare di quest'ultima non fu pienamente accettata dal mondo scientifico per diversi anni ancora. Ma allora cosa è successo di tanto straordinario da far cambiare idea a tutti quanti? Nel 1923 il fisico Arthur Compton svolse un esperimento in cui spinse letteralmente dei fotoni contro degli elettroni, mostrando come, sia gli uni che gli altri, venissero deviati ("scatterati" in gergo tecnico) dalla collisione. E se questo non basta a dimostrare la natura particellare della luce, cosa altro volete che lo faccia? Compton inviò un fascio di raggi X (ovvero fotoni ad alta frequenza) contro un bersaglio fatto di grafite che possedeva elettroni a riposo, pronti a farsi colpire! Egli osservò che, stranamente, i fotoni venivano deviati dalle loro collisioni con gli elettroni. Egli notò inoltre che la frequenza dei suddetti fotoni "scatterati" era minore di quella dei fotoni incidenti, il che indicava come il fotone avesse trasferito un po' di energia all'elettrone, il quale si trovava inizialmente a riposo. Ma non solo elettroni e fotoni collidevano, lo facevano anche **elasticamente,** il che significava che sia il momento che l'energia cinetica si conservavano durante la collisione stessa. In parole povere, elettroni e fotoni si scontrano, l'uno con l'altro, proprio come se fossero delle palle da biliardo. Vediamo una rappresentazione grafica di quanto accade:



L'energia si conserva quando l'elettrone viene deviato dal fotone. E cosa significa tutto questo? Significa che:

$$E_{\text{fotone incidente}} = E_{\text{fotone scatterato}} + EC_{\text{elettrone scatterato}}$$

Vale a dire, in parole povere, che l’energia del fotone incidente ricade in parte nell’energia del fotone scatterato e in parte nell’energia cinetica dell’elettrone scatterato(ricordiamo sempre che l’elettrone parte da uno stato di riposo). Ma questo è soltanto metà del quadro – la metà relativa alla conservazione dell’energia. Cosa possiamo dire, invece, riguardo alla conservazione del momento, ovvero l’altra metà del quadro? Per una coppia fotone-elettrone, in “collisione”, l’equazione relativa alla conservazione del momento assume tratti molto simili a quella relativa alla conservazione dell'energia, a parte il fatto che, in questo caso, bisogna avere a che fare con il vettore momento, **p**, e trattarlo nel modo seguente:

$$p_{\text{fotone incidente}} = p_{\text{fotone scatterato}} + p_{\text{elettrone scatterato}}$$

Per quanto riguarda il momento dell'elettrone deviato (o scatterato che dir si voglia) non si ha alcun problema. Esso è infatti pari a *mv*, oppure, nella sua forma relativistica:

$$p = \frac{mv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

dove p è il momento di un oggetto, m la sua massa e v la sua rapidità. Dovreste averlo già imparato leggendo il mio libro “RELATIVITA’ RISTRETTA FAST”(Evvai … un po’ di sana pubblicità di se stessi!). Quindi siamo okay per la “parte elettrone”. Ma cosa abbiamo da dire riguardo al momento di un fotone, il quale, vogliamo ricordarlo, non possiede massa alcuna? Significa forse questo, in maniera molto automatica e scontata, che i fotoni non possiedono un momento? La risposta è NO, come l’effetto Compton in realtà dimostra. L’energia di una particella relativistica assume le seguenti sembianze:

$$E = \frac{mc^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

Tranquilli, troverete tutto quanto sempre nello stesso libro citato prima!

Tale equazione contiene anche la massa della particella, come potete ben notare. Per cui, siamo pienamente nei guai quando si cerchi di comprendere l'energia e il momento di un fotone, il quale non possiede massa? Non abbastanza. Possiamo infatti dividere il momento per l'energia e fare sparire letteralmente la massa – e ciò comincia a funzionare anche per i fotoni. Per cui, dividendo l'equazione del momento per quella dell'energia, si ottiene la relazione seguente:

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2}$$

Per i fotoni v=c, per cui:

$$\frac{p}{E} = \frac{1}{c}$$

$$p = \frac{E}{c}$$

Ancora, per i fotoni, E=hf, quindi:

$$p = \frac{hf}{c}$$

Notando che c=λf, per un fotone avremo che:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Mettendo tutto quanto assieme, Compton fu in grado di mostrare come sia possibile legare le lunghezze d'onda dei fotoni rispettivamente incidente e scatterato. In particolare, nel modo seguente:

$$\lambda_{\text{fotone scatterato}} - \lambda_{\text{fotone incidente}} = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

dove h è la costante di Planck(6.626×10^{-34} J-sec), m è la massa dell'elettrone (9.11×10^{-31} kg) e θ è l'angolo di deviazione del fotone, come illustrato nel diagramma riportato in precedenza. Per cui, la differenza in lunghezza d’onda fra il fotone incidente e quello scatterato varia da zero, se il fotone continua a viaggiare lungo la propria direzione, indeflesso(θ=0°), al valore h/mc se il fotone viene deviato di 90°(θ=90°). Di fatto, la quantità **h/mc**, si presenta di frequente nello scattering di Compton, per cui viene definita **lunghezza d’onda di Compton:**

$$\lambda_{\text{Compton}} = \frac{h}{mc}$$

In particolare, sostituendo i numeri al posto delle variabili, la lunghezza d’onda di Compton è pari a:

$$\lambda_{\text{Compton}} = 2.43 \times 10^{-12}\ \text{m}$$

Utilizzando la lunghezza d'onda di Compton appena ottenuta, la formula relativa allo scattering diventa:

$$\lambda_{\text{fotone scatterato}} - \lambda_{\text{fotone incidente}} = \lambda_{\text{Compton}}(1 - \cos\theta)$$

Alla fine, Compton con il suo benedetto scattering, ha posto la parola fine all'annoso dilemma: i fotoni possono comportarsi da particelle! Punto e basta. Quindi, ricapitolando quanto appreso finora: gli esperimenti sul corpo nero diedero i natali all'idea che la luce potesse essere quantizzata; Einstein spiegò l'effetto fotoelettrico sostenendo che la luce progredisse in pacchetti di energia; ma ciò che realmente mise i puntini sulle "i" riguardo alla natura particellare della luce fu l'effetto

Compton. I fanatici di Einstein e Planck non saranno di certo contenti di scoprire questo!

LA NATURA ONDULATORIA DELLA MATERIA.

La lunghezza d’onda di de Broglie.

Nel 1924, un laureando studente di fisica, Louis de Broglie, venne fuori, incredibilmente, con un suggerimento alquanto bizzarro. Egli propose che l’intera comunità dei fisici cambiasse radicalmente le proprie idee riguardo alla natura delle particelle, senza uno straccio di diretta base sperimentale che aiutasse a farlo. I fisici avevano già scoperto e accettato gli aspetti particellari delle onde di luce, ma non vi era ancora evidenza alcuna che costringesse loro ad alterare le proprie convinzioni in termini di particelle. Ad ogni modo, de Broglie era certo, come un profondo sentore che spingesse da dentro, che la Natura sarebbe stata più bella e affascinante se fosse esistita una sorta di simmetria in virtù della quale le particelle potessero comportarsi anche da onde. Dal momento che i fotoni obbediscono alla seguente equazione:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

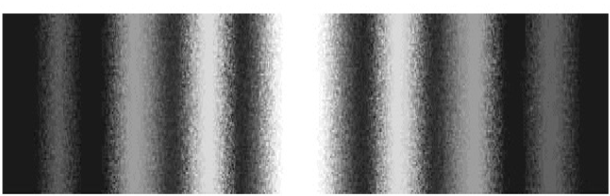
probabilmente, anche gli elettroni e le altre particelle potrebbero seguire la seguente relazione:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Ovvero, l’idea di de Broglie, prevedeva che le particelle di materia possedessero una lunghezza d’onda, e che essa fosse data da **h/p**. E sapete una cosa? Straordinariamente, il ragazzino finì per avere ragione delle sue bizzarre idee. Nel prosieguo delle pagine, vedremo gli esperimenti che le supportarono e la semplice matematica che giace dietro di esse. Sinceramente, avrei desiderato conoscere questo genio straordinario e un tantino folle!

Elettroni che interferiscono: la conferma alle ipotesi di de Broglie!

Come già detto al termine del precedente paragrafo, gli esperimenti sostennero l'idea di de Broglie. I primissimi, previdero il bombardamento di cristalli di nichel tramite elettroni, avendo come risultato dei profili di diffrazione, proprio come quelli che sarebbero stati ottenuti a partire da qualsiasi onda. Negli esperimenti più recenti, invece, i fisici inviarono gli elettroni verso un sistema a doppia fenditura, ottenendo il distintivo profilo di interferenza della doppia fenditura stessa(noto a tutti sin dagli esperimenti sull'interferenza della luce). Tali fisici possedevano una macchina in grado di emettere dei fasci di elettroni e, un bel giorno, decisero di far passare tale fascio di elettroni attraverso un arrangiamento a doppia fenditura – in pratica dello stesso tipo di quello che aveva dato vita, in passato, ai profili di interferenza con le onde di luce. E accadde una cosa davvero divertente: dopo aver regolato la distanza fra le fenditure, sul film fotografico che registrava la posizione in corrispondenza della quale l'elettrone colpiva, apparve lo stesso tipo di profilo di interferenza (lo stesso di quello della luce intendo)- barre di luce e ombra. E le barre di luce e ombra risultanti apparivano in un profilo di interferenza simile a quello di seguito riportato:



Ciò fu un risultato straordinario per quei tempi – un fascio di elettroni passava attraverso una doppia fenditura e creava un profilo di interferenza proprio come la luce. Ovvero, gli elettroni si stavano comportando come delle onde, e quindi il mondo intero era costretto ad assaporare l'idea che gli elettroni potessero comportarsi sia da particelle che da onde. Quello che ciò stava a significare era che i fisici erano costretti a cambiare la propria visione mentale riguardo agli elettroni. Non si poteva più soltanto assimilarli a delle minuscole palle da biliardo, orbitanti attorno al nucleo di un atomo. Niente affatto. I fisici erano invece costretti a pensarli in termini di infinitesimi pacchetti di materia ondulatori. Wow, sono al settimo cielo soltanto a raccontarlo!

Un po' di pratici esempi: calcoliamo la lunghezza d'onda di materia.

De Broglie affermò che la lunghezza d'onda di un elettrone (λ) è uguale alla costante di Planck ($h=6.626 \times 10^{-34}$ J-sec) divisa per il momento(p):

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

A questo punto la domanda sorge spontanea: soltanto gli elettroni possiedono una lunghezza d'onda di de Broglie? La risposta è ovviamente NO.

Ogni oggetto che possieda un momento, ha una lunghezza d'onda di de Broglie, sebbene dobbiate considerare che la lunghezza d'onda di tutti gli oggetti che riusciamo a vedere ad occhio nudo è praticamente piccolissima. Nelle pagine a venire, vedremo come si calcola la lunghezza d'onda sia dell'elettrone che degli oggetti più grandi.

Determiniamo la lunghezza d’onda di de Broglie per un elettrone.

È arrivato il momento di calare qualche numero per vedere come funzioni la lunghezza d’onda di de Broglie. Immaginiamo di piazzare un bell’elettrone libero all’interno di casa nostra e che esso inizi a zig-zagare attorno alle varie stanze a 1.9×10^6 m/s. Qual è la sua lunghezza d’onda di de Broglie? La rapidità di tale elettrone è, ovviamente, quella non relativistica, enormemente lontana da quella della luce nel vuoto, c. Per cui, il suo momento sarà pari a:

$$p = mv$$

La massa dell’elettrone è 9.11×10^{-31}kg, quindi il suo momento è uguale a:

$$p = (9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(1.9 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}) \approx 1.74 \times 10^{-24}\ \mathrm{kg\text{-}m/s}$$

In definitiva, la lunghezza d’onda di de Broglie dell’elettrone è pari a:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\text{-}s}}{1.74 \times 10^{-24}\ \mathrm{kg\text{-}m/s}} \approx 3.81 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

Ciò significa che la lunghezza d’onda dell’elettrone è 0.381nm, ovvero circa mille volte più piccola della lunghezza d’onda della luce visibile.

Determiniamo la lunghezza d’onda di de Broglie degli oggetti visibili.

Abbiamo detto che qualsiasi oggetto che possieda un momento ha una lunghezza d’onda di de Broglie. A circa 0.381 nm, la lunghezza d’onda di de Broglie dell’elettrone, vista nella precedente sezione, è davvero enorme, se comparata con quella di un oggetto visibile ad occhio nudo. Immaginiamo di essere intenzionati a valutare la lunghezza d’onda autonomamente, e decidiamo di lanciare una pallina da baseball oltre il metro di lunghezza d'onda. Lanciamo quindi la pallina, massa 0.150kg, ad una rapidità di circa 40.2 m/s (circa 90 miglia orarie). Per cui il momento della pallina da baseball sarà pari a:

$$p = mv = (0.150\ \text{kg})(40.2\ \text{m/s}) = 6.03\ \text{kg-m/s}$$

Ora siamo in grado di determinare la lunghezza d'onda di de Broglie utilizzando la solita equazione:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{6.03\ \text{kg-m/s}} \approx 1.10 \times 10^{-34}\ \text{m}$$

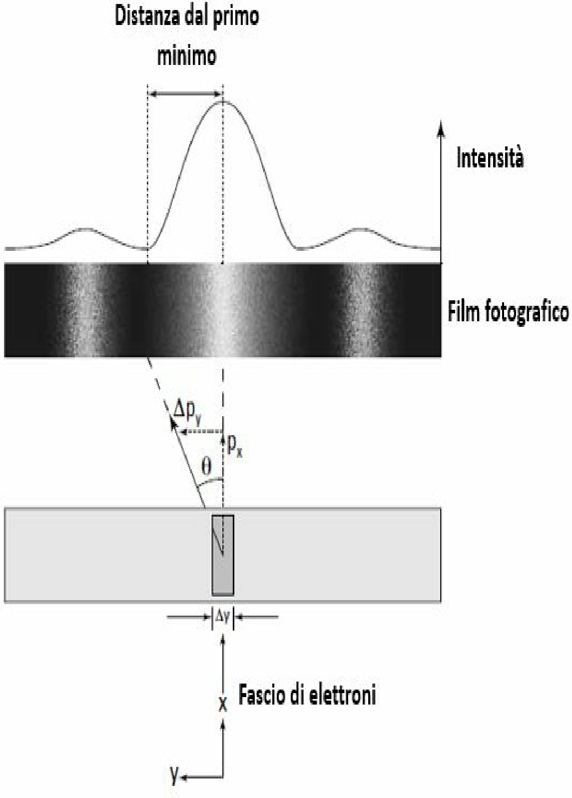
In definitiva, la lunghezza d'onda di de

Broglie di una pallina da baseball è circa 1.10×10^{-25} nm - una distanza incredibilmente piccola. Per noi è impossibile misurare distanze così piccole. Abbiamo appena capito che è molto rischioso esprimere sentenze affrettate in un campo così impredicibile come la fisica. Giusto per vostra curiosità, la lunghezza d'onda appena calcolata è dell'ordine della lunghezza di Planck. Voi direte, che cos'è? Alcune teorie riguardo alla gravità quantistica affermano che la **lunghezza di Planck** sia la lunghezza in corrispondenza della quale la struttura apparentemente continua dell'universo si sfalda. In corrispondenza di tali scale talmente minute, la fisica quantistica domina letteralmente la scena e ciò che veniva definito misurazione in precedenza, adesso può soltanto essere discusso in termini di probabilità. Per cui, quanto è piccola la lunghezza di Planck? Ci vorrebbero 100,000,000,000,000,000,000(ovvero 10^{20}) lunghezze di Planck per intercettare un singolo protone. È questo è quello che mi sento di dire riguardo alla lunghezza d'onda di una pallina da baseball che viaggia a 90 miglia orarie. Niente male, vero?

NESSUNA CERTEZZA: IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZION DI HEISENBERG.

L'indeterminazione nella diffrazione degli elettroni.

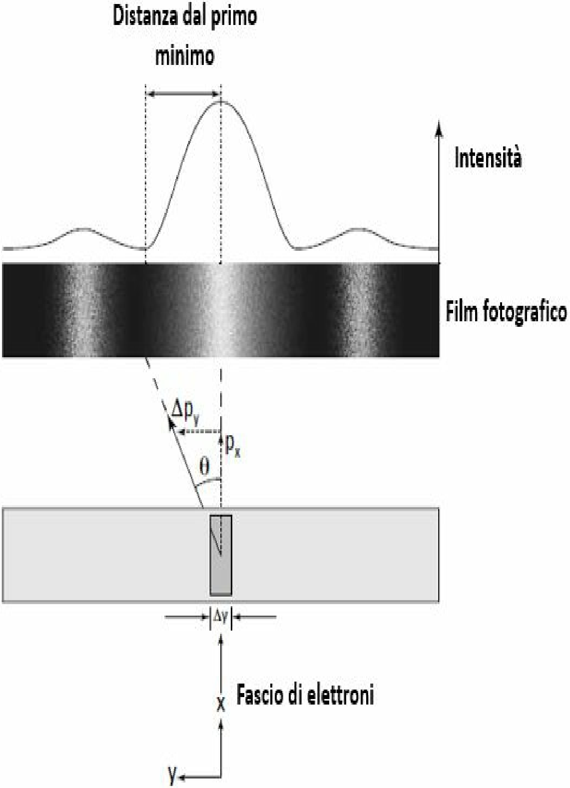
Diamo un'occhiata alla seguente figura:


Distanza dal primo minimo
Intensità
Film fotografico
Δp_y
p_x
θ
Δy
Fascio di elettroni
x
y

Si tratta di un fascio di elettroni inviato attraverso una singola fenditura, il quale dà vita, sullo schermo finale, ad un caratteristico profilo di diffrazione da singola fenditura (fidatevi che ha queste sembianze!). Ebbene, ai tempi di Newton, nessuno si sarebbe aspettato di vedere un profilo di diffrazione a seguito di un passaggio di un fascio di elettroni attraverso una singola fenditura. Ci si sarebbe invece attesi di osservare l'esatta proiezione della singola fenditura sullo schermo. Oggi, a differenza di allora, sappiamo molte più cose e le conosciamo meglio. Sappiamo che, in realtà, ciò che si ottiene è un profilo si diffrazione – ovvero una barra luminosa centrale circondata da barre scure e barre via via meno luminose, proprio come mostrato nella figura precedente. E tutto ciò cosa significa, in parole povere? Vuol dire che, quando si ha a che fare con il mondo piccolissimo (come gli elettroni ad esempio), non è più possibile esprimere le cose in maniera esatta e precisa. Per cui, per ogni singolo elettrone che passa attraverso la fenditura, non è possibile stabilire esattamente dove vada a finire sullo schermo finale: potrà finire, da qualsiasi parte, ovunque ci sia una barra luminosa all'interno del profilo di diffrazione. Non è possibile assumere che l'elettrone vada semplicemente dritto per la sua strada. Si parlerà, quindi, della posizione dell’elettrone sullo schermo soltanto in termini di probabilità – ovviamente, inviando sempre più elettroni attraverso la fenditura, si finirà per ottenere il profilo di diffrazione tanto auspicato.

Tiriamo fuori la relazione di indeterminazione.

Diciamo che la lunghezza d’onda dell’elettrone che passa attraverso la singola fenditura è pari a λ, e che la l’ampiezza della fenditura è uguale a Δy, proprio come mostrato nella figura seguente(che poi è quella precedente!):


Distanza dal primo minimo
Intensità
Film fotografico
Δp
p
θ
Δy
Fascio di elettroni
x
y

È possibile determinare l’angolo θ a cui si trova la prima barra scura all’interno del profilo di diffrazione, utilizzando la seguente relazione:

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{\Delta y}$$

In altre parole, θ ci dice quale sia l’ampiezza angolare della barra luminosa centrale (dove in pratica l’elettrone “plana” per l’85 per cento delle volte). Se θ è piccolo, sinθ è circa uguale a tanθ(ovvero per angoli piccoli sinθ≈ tanθ). Per cui si otterrà la seguente relazione:

$$\tan\theta \approx \frac{\lambda}{\Delta y}$$

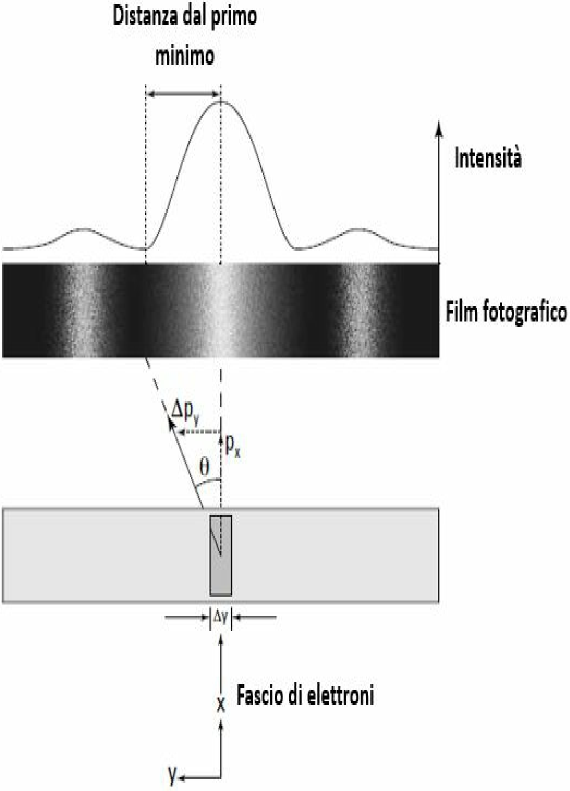
Ma qual è la lunghezza d'onda dell'elettrone, λ? Ecco venirci in soccorso la teoria di de Broglie, perché sappiamo, avendo letto le pagine precedenti, che per le onde di materia vale la seguente relazione:

$$\lambda = \frac{h}{p_x}$$

dove p_x è il momento degli elettroni lungo la direzione x e h è la solita costante di Planck($6.626 x 10^{-34}$ J-sec). Sostituendo tale relazione al posto di λ, all'interno dell'equazione per calcolare la tanθ, risulterà che:

$$\tan\theta \approx \frac{h}{p_x \Delta y}$$

Fin qui tutto semplice e lineare, mi sento di dire! Ora diamo nuovamente un'occhiata alla figura precedente (che per comodità ripropongo qui sotto):


Distanza dal primo minimo
Intensità
Film fotografico
Δp_y
p_x
θ
Δy
Fascio di elettroni
x
y

Se gli elettroni fanno il loro ingresso all'interno della fenditura con un momento p_x, dopo averla attraversata avranno acquisito un momento incognito, Δp_y , lungo la direzione y(prima del passaggio attraverso la fenditura, stiamo assumendo che il momento degli elettroni nella direzione y sia pari a zero). Per cui, avremo la seguente relazione che lega p_x e Δp_y:

$$\tan\theta = \frac{\Delta p_y}{p_x}$$

Uguagliando le due equazioni ottenute per la tanθ, otterremo il seguente risultato:

$$\frac{h}{p_x \Delta y} \approx \frac{\Delta p_y}{p_x}$$

Tranquilli, ci stiamo arrivando. Moltiplichiamo, adesso, ambo i lati della precedente equazione per p_x e risolviamo il tutto isolando h da una parte dell'equazione:

$$\frac{h}{\Delta y} \approx \Delta p_y$$

$$\Delta p_y \Delta y \approx h$$

Il che è molto simile al principio di indeterminazione di Heisenberg, il quale afferma:

$$\Delta p_y \Delta y \geq \frac{h}{2\pi}$$

oppure, in una forma più generica:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$$

dove Δp e Δx sono rispettivamente le indeterminazioni sul momento e la posizione. La relazione di indeterminazione di Heisenberg sostiene, in parole povere, che l’incertezza (o indeterminazione) nel momento di un oggetto moltiplicata per quella sulla sua posizione è maggiore o uguale a h/2 □. Di fatto, la quantità h/2□ è talmente comune che si è stabilito di assegnarle un proprio nome o simbolo. Quest’ultimo, altro non è che una h barrata in alto. Per cui, potrebbe capitare di imbattersi nella relazione di Heisenberg scritta nella seguente maniera:

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

Ricordiamolo, qualora avessimo sparso un po' di confusione:

1) $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ (ovvero la costante di Planckdivisa per 2 ��)
2) Δp è l'incertezza sul momento di una particella
3) Δx è l'incertezza sulla posizione di una particella

E questo è il modo in cui interpretare la relazione di indeterminazione per gli elettroni che passino attraverso una singola fenditura: localizzare gli elettroni in Δy(per intenderci la fenditura), introduce un'indeterminazione sul momento, Δp_x , tale per cui:

$$\Delta p_y \Delta y \geq \hbar$$

Quindi, come si può evincere dalla relazione di Heisenberg, più accuratamente si conosce il momento di una particella – ovvero minore è l'incertezza sul suo momento, Δp – maggiore è l'incertezza riguardo alla sua posizione, Δx. Viceversa, ovviamente, più accurata sarà la conoscenza della posizione della particella – ovvero più piccola l'incertezza sulla posizione, Δx – più grande sarà l'incertezza sul momento, Δp. Di fatto, il principio di indeterminazione di Heisenberg connette fra loro anche l’energia di una particella, E , e il tempo per il quale la particella possiede tale energia, t:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

dove, ovviamente:

1) $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (ovvero la costante di Planckdivisa per 2 ��)
2) ΔE è l’incertezza sull’energia di una particella
3) Δt è l’incertezza sull’intervallo di tempo durante il quale la particella si trova in questo stato

Tutto qui. Non c’è altro da aggiungere.

Il principio di indeterminazione in azione: determiniamo l'indeterminazione sulla rapidità, nota la posizione di un elettrone.

Il principio di indeterminazione di Heisenberg mostra una relazione di dipendenza inversa: più accuratamente si conosce la posizione di una particella, meno accuratamente sarà possibile conoscere il suo momento e viceversa. Vediamo di calare un po' di numeri sul piatto, per notare come, focalizzarsi su una misurazione, porta inevitabilmente a meno accuratezza sull'altra. Immaginiamo di utilizzare il nostro nuovo super fantastico microscopio per calarci a $1x10^{-11}$ metri dall'esatta posizione di un elettrone. La domanda che ci poniamo è: quale sarà la minima incertezza sulla rapidità dell'elettrone stesso? Il buon Heisenberg ci dice che:

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

Per cui la minima indeterminazione sul momento dell'elettrone è data da:

$$\Delta p_{\min} = \frac{\hbar}{\Delta x}$$

Sostituendo i numeri nell'equazione precedente avremo:

$$\Delta p_{\min} = \frac{6.626\times10^{-34}\ \text{J-s}}{2\pi\left(1.00\times10^{-11}\ \text{m}\right)} \approx 1.05\times10^{-23}\ \text{kg-m/s}$$

Ma a noi interessa determinare l'incertezza sulla rapidità. A quanto è pari quest'ultima? Bene, per una particella non relativistica, p=mv, per cui

$$\Delta p = m\Delta v$$

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m}$$

Quindi, la minima incertezza sulla rapidità è uguale a:

$$\Delta v_{\min} = \frac{1.05 \times 10^{-23}\ \text{kg-m/s}}{9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg}} \approx 1.15 \times 10^{7}\ \text{m/s}$$

In definitiva, se conosciamo la posizione di un elettrone entro $1x10^{-11}$ metri dalla sua reale locazione, è possibile avvicinarsi di qualcosa come $1.15x10^{7}$ metri al secondo alla sua realistica rapidità. Il che, ovviamente, fa sorgere la questione del come sia possibile misurare, una qualsiasi proprietà, di un qualcosa che si stia muovendo a circa 25.700.000 miglia orarie rispetto a noi. E la risposta è ovviamente che sarebbe estremamente difficoltoso. Per non dire qualcosa di molto peggio!

Il principio di indeterminazione in azione: determiniamo l’indeterminazione sulla posizione, nota la rapidità di un elettrone.

Immaginiamo, adesso, di voler virtualmente vincolare un elettrone a 1 $\times 10^{-5}$ metri al secondo. La domanda che ci poniamo è: quanto vicino riusciremmo a localizzarlo? A

$1x10^{-5}$ metri al secondo, il momento dell'elettrone è pari a:

$$\Delta p = m\Delta v = (9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(1.00 \times 10^{-5}\ \text{m/s})$$

$$\approx 9.11 \times 10^{-36}\ \text{kg-m/s}$$

E sappiamo che è possibile determinare la minima incertezza sulla posizione, data l'indeterminazione sul momento, nel modo seguente:

$$\Delta x_{\min} = \frac{\hbar}{\Delta p}$$

$$\Delta x_{\min} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{2\pi\left(9.11 \times 10^{-36}\ \text{kg-m/s}\right)} \approx 11.6\ \text{m}$$

Perciò, pur riuscendo a tenere a bada l'elettrone entro $1x10^{-5}$ metri al secondo dalla sua rapidità reale, è impossibile localizzarlo a meno di 11.5 metri dalla sua vera posizione. Sono davvero molto evasivi questi elettroni birbantelli! Tutto qui. Non c'è davvero altro da conoscere!